NOM : Prénom :

EXERCICE 1 **6 points**

Pour chacune des questions ci-dessous, une seule des réponses proposées est exacte. Vous devez cocher la réponse exacte sans justification. Une bonne réponse rapporte **1 point**. Une mauvaise réponse enlève **0,5 point**. L'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est **0**.

QUESTIONS	RÉPONSES
1. L'équation $\ln(x+1) = 3$ admet pour solution :	☐ e^3 ☐ $\ln(2)$ ☐ $e^3 - 1$
2. On peut aussi écrire $\exp(2x-6)$:	☐ $e^{2x} - e^6$ ☐ $\dfrac{2e^x}{e^6}$ ☐ $\left(e^{x-3}\right)^2$
3. L'équation $\ln\left(x^2\right) = 2$ a pour solutions :	☐ $\{-2\ ;\ 2\}$ ☐ $\{-e\ ;\ e\}$ ☐ $\{e\}$
4. L'inéquation $-1 < e^x < 9$ a pour solutions :	☐ $]0\ ;\ \ln(9)[$ ☐ $]-\infty\ ;\ 2\ln(3)[$ ☐ $]e^{-1}\ ;\ e^9[$
5. Parmi les propositions suivantes, celle qui permet d'affirmer que la fonction exponentielle admet pour asymptote la droite d'équation $y = 0$ est :	☐ $\lim\limits_{x \to 0} e^x = 1$ ☐ $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$ ☐ $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$
6. Soit f la fonction définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = 2\ln(x) - e$. Dans un repère, une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse e est :	☐ $y = 2x - e$ ☐ $y = \dfrac{2}{e}x - e$ ☐ $y = \dfrac{2e}{x} - 1$

EXERCICE 2 **6 points**

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $\left]-\dfrac{1}{2}\ ;\ +\infty\right[$ par :

$$f(x) = -x^2 + 2x - \ln(2x+1).$$

On admet que f est dérivable et on note f' sa dérivée.
Le tableau de variations de la fonction f est le suivant :

x	$-\frac{1}{2}$		0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$	$\Vert$	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$\Vert$ $+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\frac{3}{4}+\ln\left(\frac{1}{2}\right)$	$\searrow$	$-\infty$

1/ Calculer la dérivée $f'(x)$.

2/ Justifier le tableau de signe (ci-dessus) de cette dérivée.

3/ Justifier les éléments du tableau de variations ci-dessus.

4/ **a/** Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $\left[\frac{1}{2}\ ;\ 1\right]$.

b/ Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.

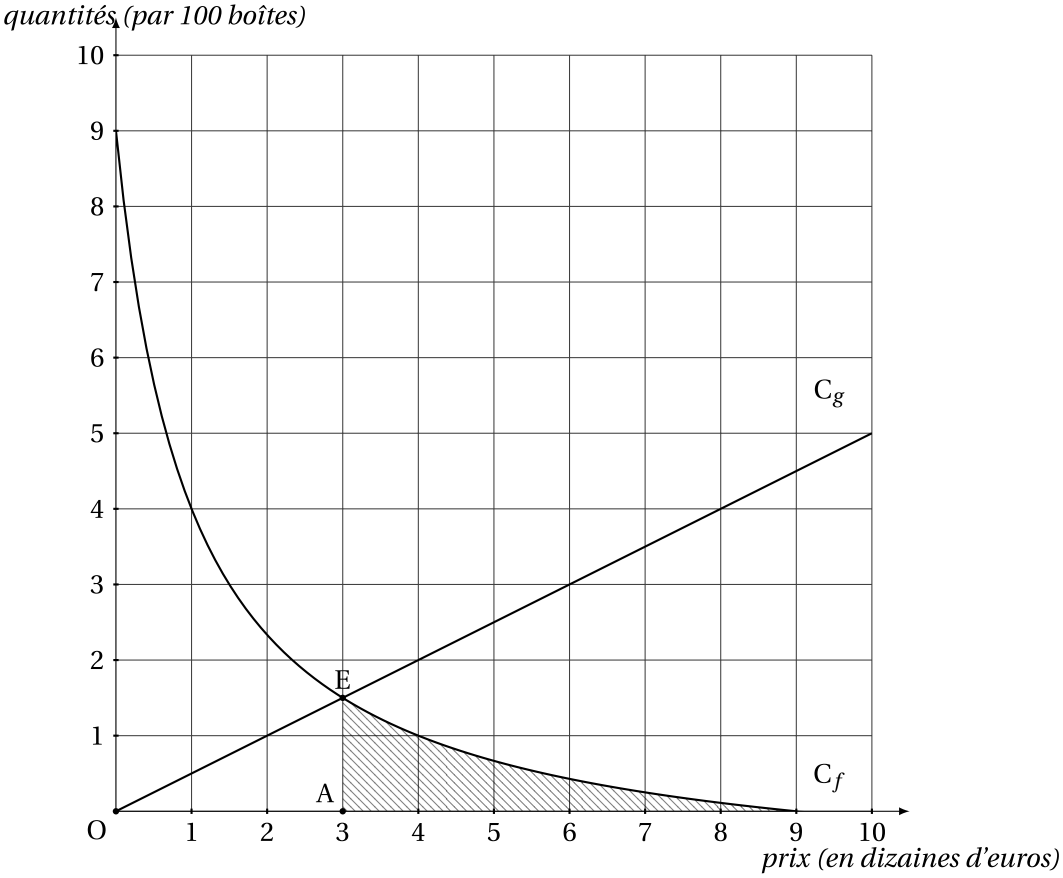
5/ Déterminer le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $\left]-\dfrac{1}{2}\ ;\ +\infty\right[$.

EXERCICE 3 **8 points**

Un produit conditionné en boite est mis sur le marché.
• On désigne par x le prix d'une boîte de ce produit en dizaines d'euros.
• On admet que la quantité achetée par les consommateurs, en fonction du prix x appliqué sur le marché, est donnée par $f(x)$ en centaines de boîtes.
• On admet que la quantité proposée sur le marché par les producteurs, en fonction du prix de vente x auquel les producteurs sont disposés à vendre, est donnée par $g(x)$ en centaines de boîtes.
• Les fonctions f et g sont définies sur $[0\ ;9]$ par :

$$f(x) = \frac{10}{x+1} - 1 \qquad \text{et} \qquad g(x) = \frac{1}{2}x$$

• Les courbes représentatives des fonctions f et g sont tracés sur le graphique ci-contre.



1/ Résoudre par le calcul algébrique l'équation $f(x) = g(x)$.

2/ Calculer la valeur exacte de $I = \int_3^9 f(x)\,\mathrm{d}x$

3/ On pourra utiliser le graphique pour conjecturer[1] les réponses aux questions suivantes, puis on les justifiera algébriquement.

a/ Combien de boîtes seront achetées par les consommateurs si le prix de vente est de 40 euros la boite ?

b/ Lorsque l'offre est égale à la demande, le marché a atteint son équilibre. Donner le *prix d'équilibre*, en euros, et le nombre de boîtes correspondant.

4/ a/ D'après le graphique, les producteurs étaient disposés à vendre les boîtes à un prix inférieur au prix d'équilibre. On appelle *surplus des producteurs* le gain réalisé en vendant les boîtes au *prix d'équilibre*. Ce gain est donné en milliers d'euros par l'aire du triangle OAE (1 unité d'aire = 1 millier d'euros).

Calculer ce surplus en euros.

b/ Le *surplus des consommateurs* est l'économie réalisée par les consommateurs qui étaient prêts à payer plus cher que le *prix d'équilibre*. Ce surplus est donné, en milliers d'euros, par l'aire de la partie grisée du plan sur le graphique ($3 \leqslant x \leqslant 9$).

Préciser quelle intégrale permet de calculer ce surplus et en donner une estimation arrondie à l'euro.

1. **Conjecture :** Math. Hypothèse émise a priori concernant une proposition dont on ignore la démonstration. (in Le Petit Robert)