Seconde - Aide individualisée : Résolution d'inéquations

<u>Rappel des règles avec les inégalités:</u> **$\leq$ et $\geq$**

Compléter le tableau suivant :

	Pour tous réels a, b et c,	conditions sur c	
Règle 1	$a \leq b$ équivaut à $a+c \leq b+c$ $\Longleftrightarrow$	sans	Si on **<u>ajoute</u>** un même nombre aux membres d'une inégalité alors, l'inégalité obtenue est de **<u>même sens</u>**.
Règle 2	………………………..	**$c > 0$**	Si on **<u>multiplie</u>** par un même nombre **<u>positif</u>** les membres d'une inégalité alors, l'inégalité obtenue est de **<u>même sens.</u>**
Règle 3	$a \leq b$ équivaut à $ac \geq bc$ $\Longleftrightarrow$	**$c < 0$**	……………………………………………………………………….. ………………………………………………………………………..

<u>Applications :</u>

1°) Compléter par " < ", " > " et indiquer la règle utilisée comme dans l'exemple:

$4,1 > 3$

R1: $+\pi$

$4,1 + \pi$ …… $3 + \pi$

R2: $\times 10^{-4}$

$4,1 \times 10^{-4}$ ……. 3×10^{-4}

R2: $\times 10^{2}$

$4,1 \times 10^{2}$ ……. 3×10^{2}

R3: $\times (-2)$

$4,1 \times (-2)$ ……. $3 \times (-2)$

2 …. – 3

R1: $+\pi$

…………………

R2: $\times 10^{-4}$

……………………………

R2: $\times 10^{2}$

…………………………..

R3: $\times (-2)$

………………………………

2°) Compléter :

		$6x$ ……	R …			$6x$ ……	R …
		$-2x$ …..	R …			$-2x$ …..	R …
$x > 5 \Leftrightarrow$		$-\frac{x}{5}$ …..	R …	$x < -2 \Leftrightarrow$		$-\frac{x}{5}$ …..	R …
		$2x - 1$ ….	R …			$2x - 1$ ….	R …
		$-5x + 3$ …..	R …			$-5x + 3$ …..	R …

Inversement : $3x \leq 4 \Leftrightarrow x$ ……. $-\frac{x}{2} < 5 \Leftrightarrow x$ ……. $-4x < -9 \Leftrightarrow x$ ……. $\frac{2}{5}x > -5 \Leftrightarrow x$ …….

3°) Sachant que $2 < 3 < 4$, peut-on trouver un encadrement de $\dfrac{3\times 10^{-4} - 2}{2}$? Réponse : oui.

Compléter la chaîne opératoire suivante :

$$3 \xrightarrow{\times 10^{-4}} 3\times 10^{-4} \longrightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots.. \longrightarrow \frac{3\times 10^{-4} - 2}{2}$$

On peut alors écrire :

$$2 < 3 < 4$$

$$2 \times 10^{-4} < 3 \times 10^{-4} < 4 \times 10^{-4}$$

$$2 \times 10^{-4} - 2 < 3 \times 10^{-4} - 2 < 4 \times 10^{-4} - 2$$

$$\frac{2\times 10^{-4} - 2}{2} < \frac{3\times 10^{-4} - 2}{2} < \frac{4\times 10^{-4} - 2}{2}$$

$$10^{-4} - 1 < \frac{3\times 10^{-4} - 2}{2} < 2\times 10^{-4} - 1$$

Opération : $\boxed{\times}$, + ; opérateur : $10^{-4} > 0$; R 2

Opération : × , + ; opérateur : ………. ; R …..

Opération : × , + ; opérateur : ………. ; R …..

En procédant de même, sachant que $5 > 4$, compléter :

$$5 \longrightarrow 5 \times 10^{-2} \longrightarrow -\frac{5}{2} \times 10^{-2}$$

$$5 > 4$$

5×10^{-2} ………………

$-\dfrac{5}{2} \times 10^{-2}$ ……………..

Opération : × , + ; opérateur : ………. ; R …..

Opération : × , + ; opérateur : ………. ; R …..

Même méthode avec *x* un réel supérieur à 3 quelconque.

$$x \longrightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots. \longrightarrow \frac{-3x + \pi}{4}$$

$$x > 3$$

……………………………

……………………………

……………………………

Opération : × , + ; opérateur : ………. ; R …..

Opération : × , + ; opérateur : ………. ; R …..

Opération : × , + ; opérateur : ………. ; R …..

Compléter la phrase suivante :

Seul le fait ………………………………………………………………………………… ………………………………………………………………………………… modifie l'ordre.

Vrai ou faux ? Prouver quand c'est vrai, sinon, trouver un contre exemple.

Si $x < 3$ alors $-3x > -8$	V . F
Si $x < 2$ alors $\frac{1}{2}x <$	V . F
Si $x > -3$ alors $-x < 5$	V . F
Si $x < -3$ alors $\frac{1}{x} < 0$	V . F
Si $5x < 0$ alors $x < -5$	V . F

Zéro est strictement supérieur à 3 !!!

Démonstration : $\pi > 3$

$3\pi > 9$

Opération : × , + ; opérateur : ………. ; R …..

$3\pi - \pi^2 > 9 - \pi^2$

Opération : × , + ; opérateur : ………. ; R …..

$\pi(3 - \pi) > (3 - \pi)(3 + \pi)$

Développement / factorisation

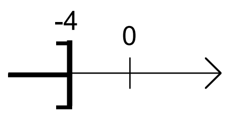
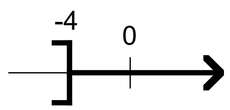
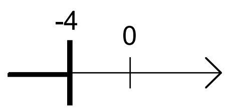
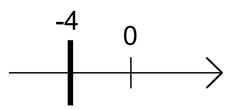
$\pi > 3 + \pi$

Opération : × , + ; opérateur : ………. ; R …..

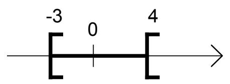
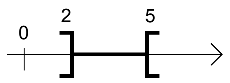
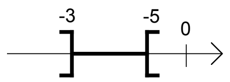
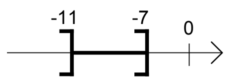
$0 > 3$!!!!!!! Mais où est donc l'erreur ??

Rappel sur les notations :

4°) Compléter le tableau :

$x \leq -4$	……………………	……………………	$x \geq -4$
			
……………………	……………………	*x* est inférieur à -4	……………………

5°) Indiquer pour chaque ligne si les différentes notations sont équivalentes (en prenant la première colonne pour référence). Les corriger sinon.

$-3 \leq x \leq 4$			[-3 ; 4]	
$5 > x > 2$			]2 ; 5[	
$-3 > x > -5$			]-3 ; -5[	
$-7 > x \geq -11$			[-11 ; -7]	

Vrai ou faux ? Prouver quand c'est vrai, sinon, trouver un contre exemple.

Si $x \in]-\infty; 2[$ et si $y \in]-\infty; 3[$ alors $2x + 5y \in]-\infty; 19[$	V . F
Si $x \in]-\infty; 2[$ et si $y \in]3; +\infty[$ alors $x - y \in]-\infty; -1[$	V . F
Si $5x \in]-\infty; 0[$ alors $x \in]-\infty; -5[$	V . F
Si $x \in]-2; +\infty[$ et si $y \in]-\infty; -3[$ alors $3x - 2y \in]0; +\infty[$	V . F
Si $x \in]-\infty; -5]$ et si $y \in]-\infty; -2[$ alors $-2x - 5y \in [10; +\infty[$	V . F

<u>Comment résoudre une inéquation ?</u>

Rappel : *Résoudre une inéquation, c'est déterminer l'ensemble des valeurs pour lesquelles l'inégalité est vérifiée.*

6°) Donner, dans chaque cas, la méthode qui a permis de passer d'une ligne à l'autre (en utilisant les mots : "ajouter", "membre", "multiplier", "inégalité", ...), et si cela a changé l'ordre.

$(6x+4)^2+39 \leq 48$ $(6x+4)^2 - 9 \leq 0$		$2(x+1) - 12x > 3x$ $2(x+1) - 15x > 0$	
$6(x+1) \geq 48$ $x+1 \geq 8$		$-\frac{x}{3} < 9$ $x > -27$	

7°) Voici des inéquations qui n'ont pas été correctement résolues.
Entourer la ligne contenant l'erreur et proposer une correction.

$3x + 4 > -5$ $3x < -5 - 4$ $3x < -9$ $x < -3$	$-2 > -2(x+1)$ $0 < x+1$ $-1 < x$	$-2x \leq 1$ $x \geq 0,5$	$-8x + 7 \leq 6$ $-8x \leq -1$ $x \leq \frac{1}{8}$

8°) Résoudre dans $\mathbb{R}$: $2x - 14 \leq 5x + 4$ et $\frac{x-1}{3} - \frac{\sqrt{3}\,x + 1}{2} \geq -\frac{x+2}{6}$

9°) 1 - Comparer : $(\sqrt{2} + 1)x - 1$ et $x+2$

2 - Trouver le signe de : $\frac{3-2x}{4} - \frac{x-1}{3} + \frac{x+3}{2}$

Inéquations avec un produit ou un quotient

Dégager une méthode générale pour résoudre certaines inéquations à l'aide de l'exemple proposé qu'il faudra compléter.

Soit à résoudre : $2x(9 - x) < - 3(9 - x)$:

- Si $2x(9 - x) < - 3(9 - x)$ alors $18x - 2x^2 < - 27 + 3x$ puis $- 2x^2 + 18x - 3x + 27 < 0$ et $- 2x^2 + 15x + 27 < 0$

A-t-on développé ou factorisé? Chemin sans issue; pourquoi? …………………………………………………………

………

- Si $2x(9 - x) < - 3(9 - x)$ alors $2x(9 - x) + 3(9 - x) < 0$ puis $(9 - x)(2x + 3) < 0$

A-t-on développé ou factorisé? ………………………………………………………………………………………

Recherche du signe de 9 - x	
Recherche du signe de $2x + 3$	

Ce qui nous permet de compléter le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		-1,5		9		$+\infty$
signe de $9 - x$		+		+	0	-	
signe de $2x + 3$		-	0	+		+	
signe de $(9 - x)(2x + 3)$		-	0	+	0	-	

On sait donc à partir du tableau de signes que $(9 - x)(2x + 3) < 0$ si et seulement si $x \in]-\infty ; -1{,}5[\cup]9 ; +\infty[$

Manipulation des tableaux de signes :

On donne des tableaux de signes incomplets et l'ensemble des solutions d'une inéquation correspondant à chacun. Compléter les tableaux et donner une inéquation répondant à chaque situation.

x	$-\infty$		$+\infty$
signe de $x - 2$		+	+
signe de $3 - x$	+		
signe de $(x - 2)(3-x)$			
S =] 2 ; 3 [			

……………………………………..

x	$-\infty$		$+\infty$
signe de $3x$			
signe de $x + 2$			
signe de			
S =]-2;0]			

……………………………………..

x	$-\infty$ $+\infty$
signe de $x - 1$	
signe de $-2x$	
signe de	
S =]-∞ ;0] U [1; +∞[	

Compléter les tableaux de signes ci-dessous :

x	$-\infty$	0		1	$+\infty$
Signe de x + ...		0			
Signe de x + ...				0	
Signe du produit $f(x)$		0		0	
$f(x)$ = ...					

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
Signe de		+		+		+	
Signe de		+		+	0	+	
Signe de		-	0	+		+	
Signe de $f(x)$			‖				
$f(x) = \frac{(x-1)?(x?+1)}{x}$							

<u>Utiliser la méthode vue en début de paragraphe en l'adaptant si nécessaire, et les tableaux de signes, pour résoudre les exercices suivants :</u>

1°) Etudier le signe de $2(x+1) - 5x(x+1)$

2°) Comparer les expressions suivantes : $(x+1)(2 - x)$ et $x^2 - 1$

3°) Résoudre : $x^2 - 4 \geq (x - 2)(2x + 5)$

4°) Etudier le signe de $(x +2)(x - 3)(2x - 5)$

5°) Comparer les expressions suivantes : $\frac{x}{x-2}$ et $\frac{7}{x-2}$

6°) Résoudre : $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} \leq 0$