

$\alpha \beta \gamma \delta \epsilon \eta \theta \phi$

75 minutes

 $\chi \lambda \mu \nu \pi \rho \sigma \omega$ **1. Savoir restituer son cours**

3 points

Définir brièvement trois méthodes permettant de démontrer qu'une suite est convergente, en donnant un exemple simple pour chaque méthode.

2. Savoir étudier une suite géométrique

3 points

On donne la suite u définie par $\forall n \geq 0 \quad u_n = 3 - 27 \left(\frac{1}{3}\right)^n$.

- 1/ Calculer les trois premiers termes de cette suite.
- 2/ Déterminer la convergence de la suite v définie par $\forall n \geq 1, \quad v_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$ en justifiant le résultat.
- 3/ En déduire la limite de la suite u si elle existe.
- 4/ La suite u est-elle majorée, minorée, bornée ou non bornée ? Justifier en s'aidant d'un croquis.

3. Savoir démontrer la convergence d'une suite avec le théorème des gendarmes

2,5 points

On donne la suite u définie par $\forall n \geq 1 \quad u_n = \frac{\sin(n)}{n^2}$.

- 1/ Déterminer deux suites v et w qui encadrent u .
- 2/ Énoncer le théorème des gendarmes, au besoin en s'aidant d'un croquis.
- 3/ Appliquer ce théorème pour justifier la convergence de la suite u .

4. Savoir démontrer la convergence d'une suite par application de la définition

2,5 points

On donne la suite u définie par $\forall n \geq 2 \quad u_n = \frac{(-1)^n}{n-1}$.

- 1/ Donner l'expression de u_n selon que n est pair ou impair.
- 2/ On donne $h = 10^{-3}$. Déterminer le premier entier N tel que $u_n \in]-h; +h[$.
- 3/ Montrer que pour tout h on peut trouver N tel que $u_n \in]-h; +h[$.

5. Savoir calculer une durée de demi-vie

2 points



Le carbone 14 se désintègre à raison de 12 pour cent de sa masse initiale tous les 1000 ans.

Quelle est la durée de sa demi-vie, c'est à dire le temps écoulé pendant lequel une masse contenant 20 grammes de carbone 14 n'en contiendra plus que la moitié ? Justifier le calcul effectué.

6. Savoir calculer un temps de doublement

2 points



Je place 150 euros sur un livret d'épargne qui rémunère l'argent placé avec un taux de 3,5% par an. Chaque année les intérêts sont inclus dans le capital (intérêts composés). Au bout de combien d'années mon capital aura-t-il doublé (on suppose qu'il n'y a ni dépôts ni retraits pendant cette période).

NOM :

Prénom :

Questionnaire à choix multiples

5 points

QUESTIONS	RÉPONSES
1. La somme des vingt premiers entiers naturels impairs est égale à :	<input type="checkbox"/> 361 <input type="checkbox"/> 441 <input type="checkbox"/> 400
2. On définit $S = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{512} - \frac{1}{1024}$ donc :	<input type="checkbox"/> $S = \frac{171}{512}$ <input type="checkbox"/> $S = \frac{341}{1024}$ <input type="checkbox"/> $S = \frac{1023}{1024}$
3. La suite u définie par $u_n = n^2 - 2n$ a pour limite :	<input type="checkbox"/> $+\infty$ <input type="checkbox"/> $-\infty$ <input type="checkbox"/> 0
4. La suite géométrique de raison $\sqrt{3}$ et de premier terme $u_1 = -1$ a pour limite :	<input type="checkbox"/> $+\infty$ <input type="checkbox"/> $-\infty$ <input type="checkbox"/> 0
5. La suite définie par $u_n = \frac{2n+1}{n+3}$ a pour limite :	<input type="checkbox"/> $+\infty$ <input type="checkbox"/> $\frac{1}{3}$ <input type="checkbox"/> 2

$\alpha \beta \gamma \delta \epsilon \eta \theta \phi$

75 minutes

 $\chi \lambda \mu \nu \pi \rho \sigma \omega$ **1. Savoir restituer son cours**

3 points

Définir brièvement trois méthodes permettant de démontrer qu'une suite est convergente, en donnant un exemple simple pour chaque méthode.

2. Savoir étudier une suite géométrique

3 points

On donne la suite u définie par $\forall n \geq 0 \quad u_n = 2 - 8 \left(\frac{1}{2}\right)^n$.

- 1/ Calculer les trois premiers termes de cette suite.
- 2/ Déterminer la convergence de la suite v définie par $\forall n \geq 1, \quad v_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ en justifiant le résultat.
- 3/ En déduire la limite de la suite u si elle existe.
- 4/ La suite u est-elle majorée, minorée, bornée ou non bornée ? Justifier en s'aidant d'un croquis.

3. Savoir démontrer la convergence d'une suite avec le théorème des gendarmes

2,5 points

On donne la suite u définie par $\forall n \geq 1 \quad u_n = \frac{\cos(n)}{n^2}$.

- 1/ Déterminer deux suites v et w qui encadrent u .
- 2/ Énoncer le théorème des gendarmes, au besoin en s'aidant d'un croquis.
- 3/ Appliquer ce théorème pour justifier la convergence de la suite u .

4. Savoir démontrer la convergence d'une suite par application de la définition

2,5 points

On donne la suite u définie par $\forall n \geq 0 \quad u_n = \frac{(-1)^n}{n+1}$.

- 1/ Donner l'expression de u_n selon que n est pair ou impair.
- 2/ On donne $h = 10^{-3}$. Déterminer le premier entier N tel que $u_n \in]-h; +h[$.
- 3/ Montrer que pour tout h on peut trouver N tel que $u_n \in]-h; +h[$.

5. Savoir calculer une durée de demi-vie

2 points

Le carbone 14 se désintègre à raison de 12 pour cent de sa masse initiale tous les 1000 ans.

Quelle est la durée de sa demi-vie, c'est à dire le temps écoulé pendant lequel une masse contenant 10 grammes de carbone 14 n'en contiendra plus que la moitié ? Justifier le calcul effectué.

**6. Savoir calculer un temps de doublement**

2 points

Je place 250 euros sur un livret d'épargne qui rémunère l'argent placé avec un taux de 4% par an. Chaque année les intérêts sont inclus dans le capital (intérêts composés). Au bout de combien d'années mon capital aura-t-il doublé (on suppose qu'il n'y a ni dépôts ni retraits pendant cette période).



NOM :

Prénom :

Questionnaire à choix multiples

5 points

QUESTIONS	RÉPONSES
1. On définit $S = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{512} - \frac{1}{1024}$ donc :	<input type="checkbox"/> $S = \frac{171}{512}$ <input type="checkbox"/> $S = \frac{341}{1024}$ <input type="checkbox"/> $S = \frac{1023}{1024}$
2. La somme des vingt premiers entiers naturels impairs est égale à :	<input type="checkbox"/> 361 <input type="checkbox"/> 441 <input type="checkbox"/> 400
3. La suite définie par $u_n = \frac{2n+1}{n+3}$ a pour limite :	<input type="checkbox"/> $+\infty$ <input type="checkbox"/> $\frac{1}{3}$ <input type="checkbox"/> 2
4. La suite géométrique de raison $\sqrt{3}$ et de premier terme $u_1 = -1$ a pour limite :	<input type="checkbox"/> $+\infty$ <input type="checkbox"/> $-\infty$ <input type="checkbox"/> 0
5. La suite u définie par $u_n = n^2 - 2n$ a pour limite :	<input type="checkbox"/> $+\infty$ <input type="checkbox"/> $-\infty$ <input type="checkbox"/> 0