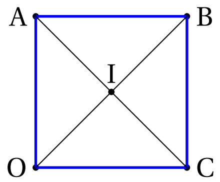
1/ Savoir déterminer un angle orienté (8 min, 3 points)



$\alpha = (\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OC}) = -\dfrac{\pi}{4}$ $\beta = (\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{CI}) = (\overrightarrow{IC}, \overrightarrow{IA}) = \pi$

$\gamma = (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{OI}) = (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{IB}) = 3\dfrac{\pi}{4}$ $\delta = (-2\overrightarrow{IB}, 3\overrightarrow{OA}) = (\overrightarrow{BI}, \overrightarrow{OA}) = -3\dfrac{\pi}{4}$

2/ Savoir déterminer la mesure principale d'un angle orienté (7 min, 3 points)

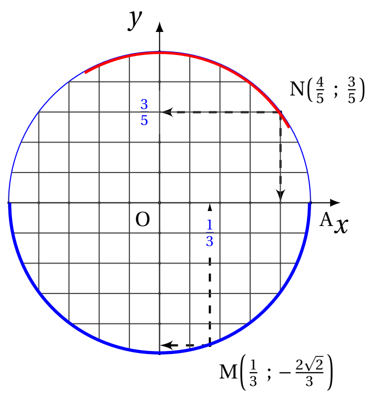
$\alpha = \dfrac{38\pi}{9} = 4\pi + \dfrac{2\pi}{9} = \dfrac{2\pi}{9}$ rad $\beta = -\dfrac{11\pi}{12}$ rad (inchangé) $\gamma = -\dfrac{50\pi}{7} = -8\pi + \dfrac{6\pi}{7} = \dfrac{6\pi}{7}$ rad

3/ Savoir utiliser les relations trigonométriques (5 min, 2 points)

$$A(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(5\pi - x) + \sin(3\pi + x) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$$

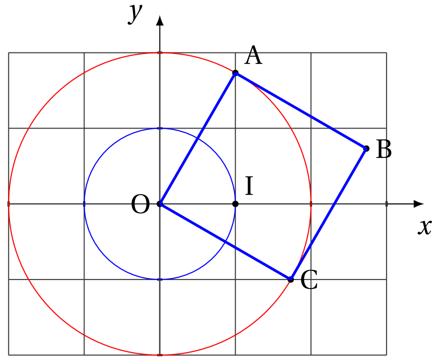
$$A(x) = \cos(x) - \cos(x) - \sin(x) + \sin(x) = 0$$

4/ Savoir résoudre une équation trigonométrique simple (10 min, 4 points)



- Nous partons de l'équation : $\dfrac{4}{9} + \sin^2(\alpha) = 1$ ou encore $\sin^2(\alpha) = \dfrac{5}{9}$. Nous cherchons une solution négative car sur $]-\pi ; 0[$ le sinus est négatif... donc $\sin(\alpha) = -\dfrac{\sqrt{5}}{3}$
- Nous partons de l'équation : $\cos^2(\beta) + \dfrac{16}{25} = 1$ ou encore $\cos^2(\beta) = \dfrac{9}{25}$. Seule la solution positive $\cos(\beta) = \dfrac{3}{5}$ est telle que $\beta \in \left[\dfrac{\pi}{6} ; \dfrac{2\pi}{3}\right]$.

5/ Savoir déterminer des distances
Savoir passer de polaire en rectangulaire et réciproquement (20 min, 8 points)



a/ La figure est reproduite à échelle 1/2.

b/ C a pour coordonnées polaires : $\left(2 ; \dfrac{\pi}{3} - \dfrac{\pi}{2}\right) = \left(2 ; -\dfrac{\pi}{6}\right)$

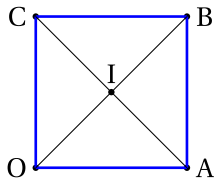
Par conséquent, ses coordonnées rectangulaires sont : $\left(2\cos\left(-\dfrac{\pi}{6}\right) ; 2\sin\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)\right) = (\sqrt{3} ; -1)$

c/ Les coordonnées cartésiennes de A :
$\left(2\cos\left(\dfrac{\pi}{3}\right) ; 2\sin\left(\dfrac{\pi}{3}\right)\right) = (1 ; \sqrt{3})$

d/
- AC est la diagonale d'un carré de côté 2 donc $AC = 2\sqrt{2}$ unités.
- $AC = \|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{(1 - (-\sqrt{3}))^2 + (\sqrt{3} - 1)^2} = 2\sqrt{2}$ unités.

e/ Dans le carré $OB = AC = 2\sqrt{2}$. De plus, (OB) est la bissectrice de $(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OA})$ donc la mesure principale de $(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OB})$ est la moyenne des deux : $\dfrac{1}{2}\left(-\dfrac{\pi}{6} + \dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{\pi}{12}$. Donc B : $\left(2\sqrt{2} ; \dfrac{\pi}{12}\right)$.

1/ Savoir déterminer un angle orienté (8 min, 3 points)



$\alpha = (\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{CI}) = (\overrightarrow{IC}, \overrightarrow{IA}) = \pi$ $\quad\beta = (\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OC}) = \frac{\pi}{4}$

$\gamma = (\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} = 3\frac{\pi}{4}$ $\quad\delta = (-3\overrightarrow{OA}, 2\overrightarrow{IB}) = (\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{IB}) = -\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = -3\frac{\pi}{4}$

2/ Savoir déterminer la mesure principale d'un angle orienté (7 min, 3 points)

Donner et justifier la mesure principale de chacun des angles suivants :

$$\alpha = \frac{38\pi}{7} = 6\pi - \frac{4\pi}{7} = -\frac{4\pi}{7}\text{rad} \qquad \beta = \frac{11\pi}{12}\text{rad (inchangé)} \qquad \gamma = -\frac{50\pi}{9} = -6\pi + \frac{4\pi}{9} = \frac{4\pi}{9}\text{rad}$$

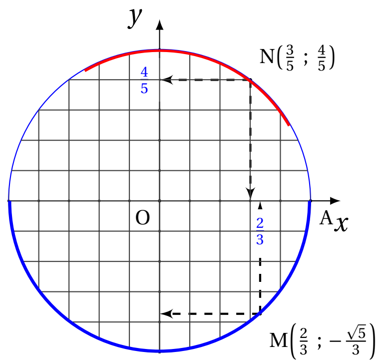
3/ Savoir utiliser les relations trigonométriques (5 min, 2 points)

Exprimer en fonction de $\sin(x)$ et de $\cos(x)$ en justifiant les résultats utilisés :

$$A(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \cos(5\pi + x) + \sin(3\pi - x) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$$

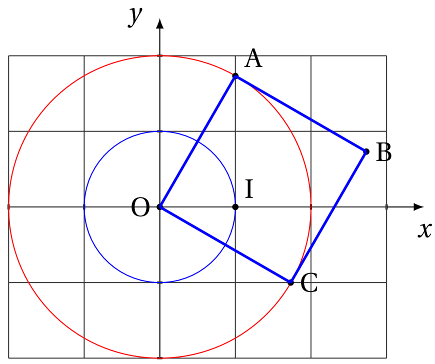
$$A(x) = \cos(x) - \cos(x) + \sin(x) - \sin(x) = 0$$

4/ Savoir résoudre une équation trigonométrique simple (10 min, 4 points)



- Nous partons de l'équation : $\frac{1}{9} + \sin^2(\alpha) = 1$ ou encore $\sin^2(\alpha) = \frac{8}{9}$. Nous cherchons une solution négative car sur $]-\pi ; 0[$ le sinus est négatif... donc $\sin(\alpha) = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$
- Nous partons de l'équation : $\cos^2(\beta) + \frac{9}{25} = 1$ ou encore $\cos^2(\beta) = \frac{16}{25}$. Seule la solution positive $\cos(\beta) = \frac{4}{5}$ est telle que $\beta \in \left[\frac{\pi}{6} ; \frac{2\pi}{3}\right]$.

5/ Savoir déterminer des distances
Savoir passer de polaire en rectangulaire et réciproquement (20 min, 8 points)



a/ La figure est reproduite à échelle 1/2.

b/ C a pour coordonnées polaires : $\left(2 ; \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right) = \left(2 ; -\frac{\pi}{6}\right)$

Par conséquent, ses coordonnées rectangulaires sont : $\left(2\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) ; 2\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right) = (-\sqrt{3} ; 1)$

c/ Les coordonnées cartésiennes de A : $\left(2\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) ; 2\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right) = (1 ; \sqrt{3})$

d/
- AC est la diagonale d'un carré de côté 2 donc $AC = 2\sqrt{2}$ unités.
- $AC = \|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{\left(1 - (-\sqrt{3})\right)^2 + \left(\sqrt{3} - 1\right)^2} = 2\sqrt{2}$ unités.

e/ Dans le carré $OB = AC = 2\sqrt{2}$. De plus, (OB) est la bissectrice de $(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OA})$ donc la mesure principale de $(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OB})$ est la moyenne des deux : $\frac{1}{2}\left(-\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi}{12}$. Donc B : $\left(2\sqrt{2} ; \frac{\pi}{12}\right)$.