Savoir déterminer des coefficients à partir de propriétés géométriques *8 min*

F est le milieu de [AD] donc F = bar $\begin{array}{c|c} A & D \\ \hline 1 & 1 \end{array}$; G est le centre de gravité du triangle ABC donc G = bar $\begin{array}{c|c|c} A & B & C \\ \hline 1 & 1 & 1 \end{array}$.

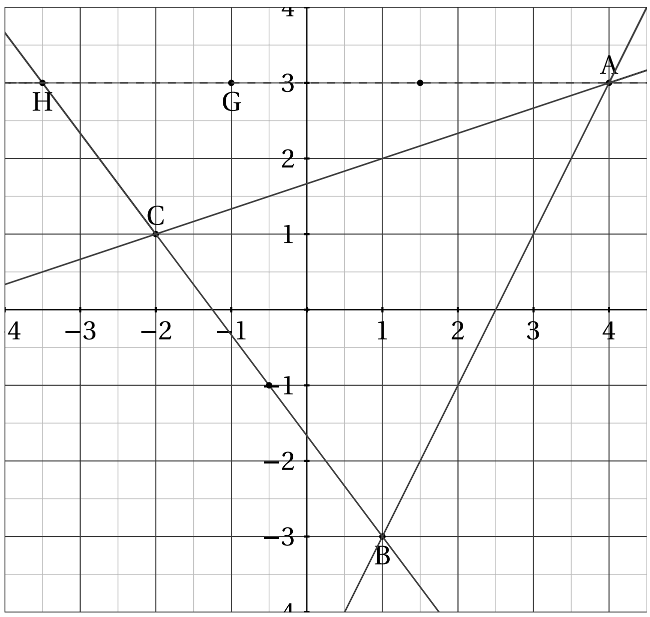
K est le point tel que : $\overrightarrow{FK} = \frac{3}{5}\overrightarrow{FG}$ soit encore $5\overrightarrow{FK} = 3\overrightarrow{FG}$.

Donc $5\overrightarrow{FK} = 3\overrightarrow{FK} + 3\overrightarrow{KG}$ d'où $2\overrightarrow{KF} + 3\overrightarrow{KG} = \overrightarrow{0}$, c'est à dire que K = bar $\begin{array}{c|c} F & G \\ \hline 2 & 3 \end{array}$.

Nous appliquons l'associativité à rebours : K = bar $\begin{array}{c|c|c|c|c} A & D & A & B & C \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}$.

Soit finalement par regroupements K = bar $\begin{array}{c|c|c|c} A & B & C & D \\ \hline 2 & 1 & 1 & 1 \end{array}$

Savoir déterminer des coefficients à partir d'une représentation graphique *10 min*



1/ Par lecture H = bar $\begin{array}{c|c} B & C \\ \hline -1 & 3 \end{array}$.

2/ Par lecture G = bar $\begin{array}{c|c} H & A \\ \hline 2 & 1 \end{array}$.

3/ En utilisant l'associativité :

- Par lecture :
  G = bar $\begin{array}{c|c|c} A & B & C \\ \hline 1 & -1 & 3 \end{array}$.
- Relevé des coordonnées :
  A (4 ; 3) ; B (1 ; -3) ;
  C (-2 ; 1) ; G (-1 ; 3).
  Calcul des coordonnées du barycentre :
  $x_G = \dfrac{1\times 4 - 1\times 1 + 3\times(-2)}{1-1+3} = -1$
  $y_G = \dfrac{1\times 3 - 1\times(-3) + 3\times 1}{1-1+3} = 3.$
  Nous retrouvons celles lues..

Savoir démontrer un alignement
Savoir démontrer un point de concours *16 min*

1/ Voir figure au dos.

2/ $2\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \overrightarrow{0}$ donc I = bar $\begin{array}{c|c} B & C \\ \hline 2 & 1 \end{array}$; $3\overrightarrow{JA} + 2\overrightarrow{JC} = \overrightarrow{0}$ donc J = bar $\begin{array}{c|c} A & C \\ \hline 3 & 2 \end{array}$;

enfin $3\overrightarrow{KA} + 4\overrightarrow{KB} = \overrightarrow{0}$ donc K = bar $\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline 3 & 4 \end{array}$.

3/ En utilisant la propriété d'associativité : G = bar $\begin{array}{c|c|c} A & B & C \\ \hline 3 & 4 & 2 \end{array}$ = bar $\begin{array}{c|c} K & C \\ \hline 3+4=7 & 2 \end{array}$.

Nous savons que le barycentre de deux points est sur la droite passant par ces deux points donc G ∈ (KC).

4/ De la même façon : G = bar $\begin{array}{c|c|c} A & C & B \\ \hline 3 & 2 & 4 \end{array}$ = bar $\begin{array}{c|c} J & B \\ \hline 3+2=5 & 4 \end{array}$

et G = bar $\begin{array}{c|c|c} A & B & C \\ \hline 3 & 4 & 2 \end{array}$ = bar $\begin{array}{c|c} A & I \\ \hline 3 & 4+2=6 \end{array}$ car I = bar $\begin{array}{c|c} B & C \\ \hline 2 & 1 \end{array}$ = bar $\begin{array}{c|c} B & C \\ \hline 4 & 2 \end{array}$.

Ainsi, nous pouvons conclure que G ∈ (JB) et G ∈ (IA). Et donc que ces trois droites sont concourantes en G, leur point commun.

Savoir démontrer des lieux de points *16 min*

1/ Voir figure.

2/ Nous savons (voir et lire attentivement le cours) que :

si $G = \text{bar}\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline 7 & 3 \end{array}$ alors $\|7\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}\| = \|10\overrightarrow{MG}\| = 10\,MG$.

Par conséquent $10\,MG = 5$ et $MG = \dfrac{1}{2}$.

L'ensemble $\mathscr{E}_1$ est le cercle de centre G et de rayon $\dfrac{1}{2}$.

3/ Nous reprenons le résultat précédent : l'ensemble $\mathscr{E}_2$ des points M vérifiant : $7\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} = 4\overrightarrow{AB}$ vérifie aussi l'égalité $10\overrightarrow{MG} = 4\overrightarrow{AB}$.

Par conséquent $\overrightarrow{MG} = \dfrac{2}{5}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{GM} = -\dfrac{2}{5}\overrightarrow{AB}$.

Par suite, l'ensemble $\mathscr{E}_2$ est le point M_2 défini par l'égalité vectorielle.

4/ Nous savons que I est le milieu de [AB] ou isobarycentre de A et de B, par conséquent en appliquant la propriété citée en 2/, $5\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} = 10\overrightarrow{MI}$. L'égalité précédente s'écrit donc aussi : $\|10\overrightarrow{MG}\| = \|10\overrightarrow{MI}\|$ ou encore $MG = MI$.

L'ensemble $\mathscr{E}_3$ est la médiatrice de [GI].

Figure «lieux de points»

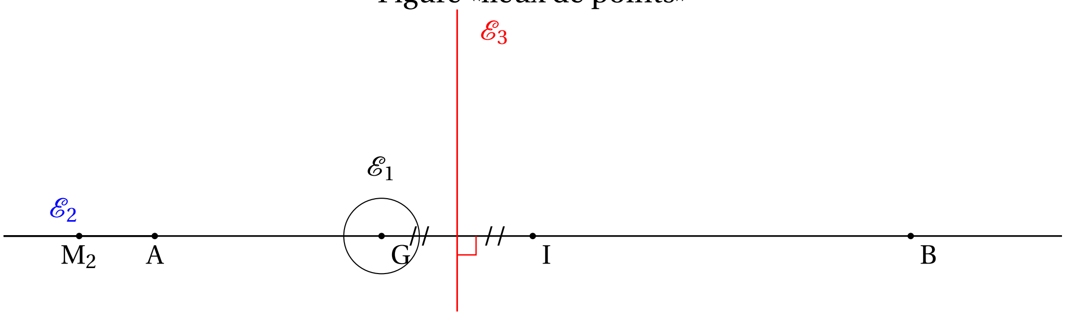


Figure «point de concours»