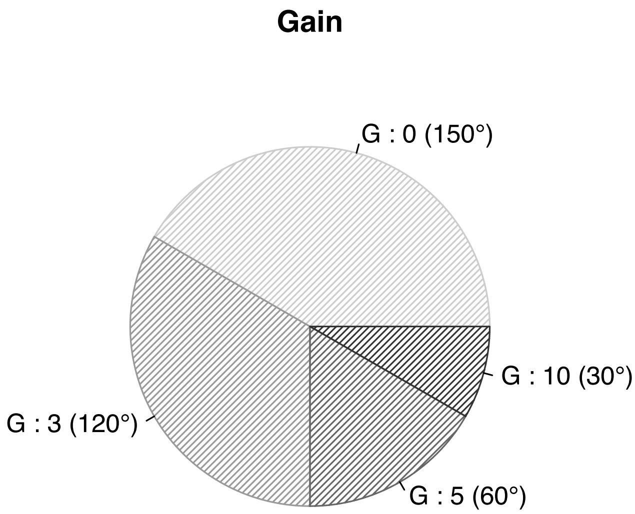
α β γ δ ϵ η θ ϕ **110 minutes** χ λ μ ν π ρ σ ω

Probabilités

1/ Savoir établir une loi de probabilité *3 pts*

Rappel : un jeu est équitable quand le joueur peut espérer retrouver sa mise, donc ni perdre ni gagner, sur un *très grand* nombre de parties.

Expérience : un forain organise un stand de «la roue tourne». Pour jouer, il faut verser une mise de 3 euros (donc commencer par perdre 3 euros). La roue est découpée en secteurs de gains variables (à lire sur la figure ci-contre).



a/ Établir la loi de probabilité du jeu en posant «X =mise+gain».

b/ Que vaut $p(X \geqslant 0)$?

c/ Calculer l'espérance de la variable X.

d/ Ce jeu est-il équitable ?

2/ Savoir modéliser avec un tableau *2,5 pts*

Expérience : un joueur lance deux dés, il relève les chiffres obtenus sur la face supérieure des dés et détermine les valeurs de la variable aléatoire X, égales à la valeur absolue de la différence des chiffres relevés.

a/ Modéliser l'univers Ω par un tableau en y figurant les valeurs de la variable.

b/ Que vaut card(Ω) ?

c/ Établir la loi de probabilité de X.

3/ Savoir modéliser avec un arbre *2,5 pts*

Expérience : un joueur lance une pièce trois fois de suite et il relève s'il obtient Pile ou Face..

a/ Modéliser l'univers Ω par un arbre.

b/ Que vaut card(Ω) ?

c/ Soit X le nombre de «Pile» obtenus. Que vaut $p(X = 2)$?

4/ Savoir calculer les paramètres d'une variable aléatoire *2 pts*

On donne la variable aléatoire X décrite par la loi de probabilité suivante :

x_i	1	2	5
$p(X = x_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	p_3

a/ Déterminer la valeur exacte de p_3 en la justifiant.

b/ Calculer la valeur exacte de l'espérance, de la variance et de l'écart-type de cette loi de probabilité.

Dérivation

5/ Savoir encadrer ou démontrer qu'une fonction est bornée *4 pts*

a/ Déterminer les *bornes* de la fonction

$$f : x \longmapsto 1 - 2\sin(x)$$

définie sur **R** en justifiant la réponse.

b/ Lire le tableau suivant.

x	0		$\frac{1}{3}$		1		4
Signe de $g'(x)$	$\Vert$	$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	

La fonction g admet-elle un extremum *local* sur $[0; 4]$? Justifier la réponse.

c/ Lire le tableau suivant.

x	0		$\frac{1}{3}$		1		4
Variations de $h : x \to \sqrt{x(x-1)^2}$			$\frac{2\sqrt{3}}{9}$				6
		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
	0				0		

Donner le *meilleur encadrement* possible de h sur $\left[\frac{1}{3}; 2\right]$ en justifiant la réponse (en utilisant si nécessaire la calculatrice).

6/ Savoir utiliser le calcul des dérivées *3 pts*

On donne les fonctions

$$f : x \longmapsto -\frac{1}{4}x^2 + 2 \quad \text{et} \quad g : x \longmapsto \frac{1}{4}x^2 - 2x + 4$$

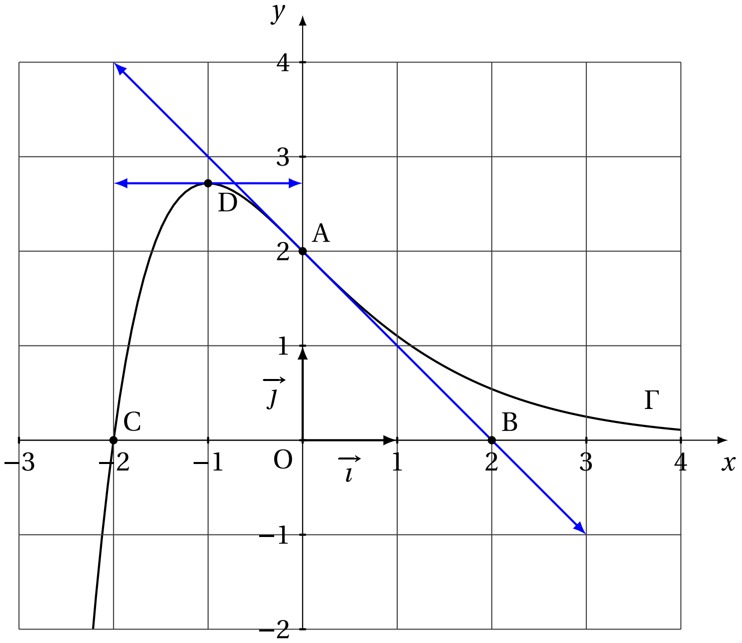
a/ Montrer que le point R(2 ; 1) est un point commun aux deux courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ représentant ces fonctions dans un repère du plan.

b/ Montrer que les deux courbes partagent une même tangente $\mathscr{T}$ en R.

7/ Savoir faire correspondre les variations de la fonctions et le signe de la fonction dérivée *2 pts*

On a représenté ci-dessous, dans un repère orthonormé, la courbe représentative Γ (Gamma, lettre G en grec) d'une fonction f définie sur $\mathbf{R}$. Nous disposons des renseignements suivants.

- La courbe Γ passe par les points A(0 ; 2) et C(−2 ; 0) et la droite AB est la tangente en A à Γ.
- La tangente à Γ en son point D d'abscisse −1 est parallèle à l'axe des abscisses.
- Enfin, nous savons que la fonction désignée par g a pour dérivée la fonction f ci-dessous représentée.



a/ **[Question bonus]** Déterminer, à l'aide de la figure et des renseignements fournis par l'énoncé et en expliquant chaque valeur, les valeurs de $f(0)$, de $f'(0)$ et de $g'(0)$.

b/ Établir le tableau de variations de la fonction f par lecture graphique.

c/ En déduire le tableau de signes de la fonction f'.

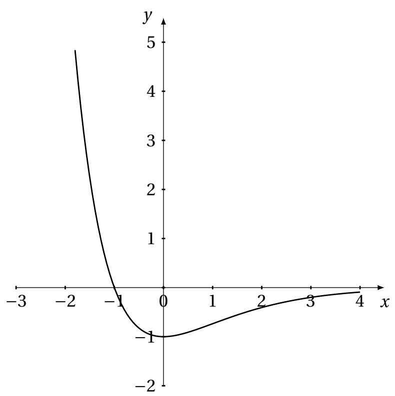
d/ Établir le tableau de signes de la fonction f par lecture graphique.

e/ En déduire le tableau de variations de la fonction g.

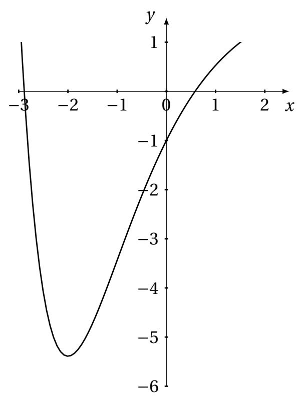
8/ Savoir distinguer entre la courbe de la fonction et celle de sa dérivée *1 pt*

Parmi les trois représentations graphiques ci-dessous, une représente la fonction dérivée f' de la fonction f représentée dans la question précédente et une autre représente une fonction g dont f est la dérivée sur $\mathbf{R}$.

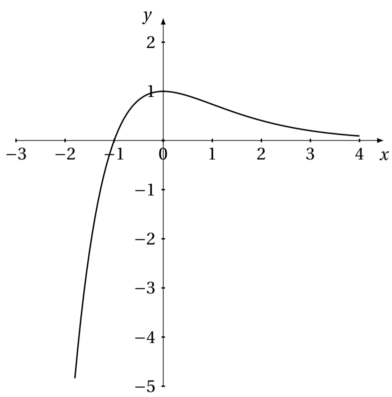
Courbe A



Courbe B



Courbe C



Déterminer la courbe associée à la fonction f' et celle qui est associée à la fonction g en argumentant avec les réponses de la question précédente.