

Devoir volontaire

Un devoir volontaire, c'est un devoir personnel, en temps libre. Sa fonction : aider à calculer, rédiger, mémoriser. Ces devoirs sont corrigés mais non notés : inutile donc de rendre un devoir recopié, quand on est en terminale, on fait le choix de sa réussite.

On considère la fonction f définie pour $x \in \mathbf{R} - \{1\}$ par :

$$f(x) = x + 3 + \frac{9}{x-1}$$

On désigne par \mathcal{C}_f sa représentation graphique dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- 1/ Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
- 2/ Calculer $f(1+h)$ et déterminer la limite de $f(1+h)$ quand h tend vers 0 par valeur négative ou par valeur positive. En déduire les limites de f en 1^- (à gauche de 1) et en 1^+ (à droite de 1).
- 3/ Démontrer que la droite \mathcal{D} d'équation $y = x + 3$ est une asymptote oblique à \mathcal{C}_f en $-\infty$ et en $+\infty$.
- 4/ Montrer que la fonction f est dérivable pour tout a sur son ensemble de définition.
- 5/ Calculer la fonction dérivée f' de f . Démontrer que pour tout $x \in \mathbf{R} - \{1\}$, on a :

$$f'(x) = \frac{(x-4)(x+2)}{(x-1)^2}$$

- 6/ Étudier le signe de f' et en déduire le tableau de variations de la fonction f .
- 7/ Déterminer une équation de la tangente \mathcal{T} à \mathcal{C} au point d'abscisse $x_0 = 0$.
- 8/ Tracer les courbes \mathcal{D} , \mathcal{T} , \mathcal{C}_f et $\mathcal{C}_{f'}$ dans un repère orthonormé (unité 1 cm).

Vérifier les résultats avec la calculatrice :

