R.O.C. : Nvelle Calédonie, novembre 2008
La fonction exponentielle est l'unique fonction g dérivable sur $\mathbf{R}$ vérifiant :

$$\begin{cases} g'(x) = g(x) & \text{pour tout } x \in \mathbf{R} \\ g(0) = 1 \end{cases}$$

Démontrer que $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{e^h - 1}{h} = 1$.

R.O.C.K. à Billy, décembre 2009
Colorier le graphique de droite.

R.O.C. : Polynésie, juin 2009
Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct. On supposera connus les résultats suivants :

- Pour tous points A, B et C du plan d'affixes respectives a, b et c, avec $A \neq C$ et $A \neq B$:
  $\left|\dfrac{b-a}{c-a}\right| = \dfrac{AB}{AC}$ et $\arg\left(\dfrac{b-a}{c-a}\right) = \left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}\right) + k \times 2\pi$ *où k est un entier relatif*
- Soit z un nombre complexe et soit θ un nombre réel :
  $z = e^{i\theta}$ *si et seulement si* $|z| = 1$ et $\arg(z) = \theta + k \times 2\pi$ *où k est un entier relatif*

Démontrer que la rotation r d'angle α et de centre Ω d' affixe ω est la transformation du plan qui à tout point M d'affixe z associe le point M′ d'affixe z' telle que :

$$z' - \omega = e^{i\theta}(z - \omega).$$

R.O.C. : Asie, juin 2008
On suppose connu le résultat suivant :

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$$

Démontrer que :

$$\lim_{x\to+\infty} xe^{-x} = 0$$

R.O.C. : Métropole, Nouvelle Calédonie novembre 2007
1/ Soit f une fonction réelle définie sur $[a\ ;\ +\infty[$. Compléter la phrase suivante :
« On dit que f admet une limite finie L en $+\infty$ *si*… »

2/ Démontrer le théorème « des gendarmes » :
Soient f, g et h trois fonctions définies sur $[a\ ;\ +\infty[$ et L un nombre réel. Si g et h ont pour limite commune L quand x tend vers $+\infty$, et si pour tout x assez grand $g(x) \leqslant f(x) \leqslant h(x)$, alors la limite de f quand x tend vers $+\infty$ est égale à L.

R.O.C. : Métropole, septembre 2006
PRÉ-REQUIS
« *les solutions de l'équation différentielle $y' = -\lambda y$ sont les fonctions $x \mapsto Ce^{-\lambda x}$ où* C *est une constante réelle.* »
1/ Démontrer l'existence et l'unicité de la solution z de l'équation différentielle :
(E_λ) $\quad z' = -(\lambda z + 1)$ telle que $z(0) = 1$

2/ Donner l'expression de cette fonction que l'on notera z_0.

R.O.C. : Liban, juin 2008
PRÉ-REQUIS
La définition d'une suite tendant vers plus l'infini : « *une suite tend vers $+\infty$ si, pour tout réel A, tous les termes de la suite sont, à partir d'un certain rang, supérieurs à A* ».

Démontrer le théorème suivant : une suite croissante non majorée tend vers $+\infty$.