48 f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + e^x$.

a) Étudier les variations de f.

b) Étudier la limite de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

c) Dresser le tableau de variation f.

d) Construire dans un repère, la courbe représentative de f.

49 f est la fonction définie sur $[0\ ;+\infty[$ par :

$$f(x) = x - \frac{1}{2} + e^{-x}.$$

1. a) Étudier les variations de f.

b) Étudier la limite de f en $+\infty$.

2. a) Démontrer que la courbe $\mathscr{C}$ qui représente f dans un repère admet une asymptote oblique D en $+\infty$.

b) Étudier la position de $\mathscr{C}$ par rapport à la droite D.

c) Tracer la droite D et la courbe $\mathscr{C}$.

3 Une suite qui converge vers le nombre e

1. Un encadrement de e^x

a) φ est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $\varphi(x) = e^x - (1 + x)$. Étudier ses variations.

b) En déduire que pour tout réel x, $1 + x \leqslant e^x$ [1].

c) À partir de l'inégalité [1], démontrer que pour tout réel $x < 1$, $e^x \leqslant \frac{1}{1-x}$ [2].

2. Un encadrement du nombre e

n désigne un entier naturel non nul.

a) Déduire de l'inégalité [1], que $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \leqslant e$.

b) Déduire de l'inégalité [2], que $e \leqslant \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}$.

3. Une suite qui converge vers e

u est la suite définie pour tout entier $n \geqslant 1$ par $u_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$.

a) Démontrer que pour tout entier $n \geqslant 1$, $0 \leqslant e - u_n \leqslant \frac{3}{n}$.

b) En déduire que la suite u converge vers e.

c) Avec la calculatrice, donner une valeur approchée de u_{100}, $u_{1\,000}$, $u_{10\,000}$.

aide pour 3a

a) 2b →

$e \leqslant \underbrace{u_n \times \left(1 + \frac{1}{n}\right)}_{u_n + \frac{u_n}{n}}$

b) on peut majorer u_n par ?

2 L'effet de serre

Au milieu du XX^e siècle, une conférence internationale réunit des experts du climat. Des « carottes » extraites des glaces polaires montrent l'évolution de la proportion de dioxyde de carbone (CO_2, appelé aussi gaz carbonique) dans l'atmosphère depuis 100 ans. Deux groupes s'affrontent autour des résultats suivants :

année	1850	1900	1950
t	0	50	100
CO_2 (parties par million en volume-ppmv)	285	295	317

1. Le groupe des optimistes

Le premier groupe prétend que cette évolution est de nature affine.

a) On note $f(t) = \alpha t + \beta$. Déterminer α et β tels que $f(0) = 285$ et $f(100) = 317$.

b) Calculer $f(50)$ et $f(150)$.

2. Le groupe des réalistes

Le second groupe est très inquiet, il pense que cette évolution est de nature exponentielle. Ses calculs le conduisent à modéliser l'évolution de la proportion de dioxyde de carbone par la fonction g définie pour $t \geqslant 0$ par $g(t) = 8{,}3\ e^{0{,}016\,t} + 276{,}7$.
Calculer une valeur approchée à 10^{-1} près de $g(0)$, $g(50)$, $g(100)$ et $g(150)$.

3. Un épilogue provisoire

En 2000, on a mesuré une proportion de CO_2 égale à 370 ppmv. Le seuil limite S de sécurité est évalué au double de cette mesure.

a) Les modèles précédents restent-ils défendables en 2000 ?

b) Dans le modèle réaliste, calculer la proportion de CO_2 en 2050. À l'aide de la calculatrice, déterminer l'année où le seuil S sera atteint.

ൟ Baccalauréat S Liban 3 juin 2010 ൟ

Restitution organisée de connaissances On supposera connus les résultats suivants :

- $e^0 = 1$.
- Pour tous réels x et y, $e^x \times e^y = e^{x+y}$.

1. Démontrer que pour tout réel x, $e^{-x} = \dfrac{1}{e^x}$.

2. Démontrer que pour tout réel x et pour tout entier naturel n, $\left(e^x\right)^n = e^{nx}$.

Le plan est rapporté à un repère orthonormal.
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - 2,1e^{x} + 1,1x + 1,6$$

1. Faites apparaître sur l'écran de votre calculatrice graphique la courbe représentative de cette fonction dans la fenêtre $-5 \leqslant x \leqslant 4$, $-4 \leqslant y \leqslant 4$.
   Reproduire l'allure de la courbe obtenue sur votre copie.
2. D'après cette représentation graphique, que pourrait-on conjecturer :
   a) Sur les variations de la fonction f ?
   b) Sur le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$?
3. On se propose maintenant d'étudier la fonction f.
   a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $e^{2x} - 2,1e^{x} + 1,1 \geqslant 0$ (on pourra poser $X = e^{x}$).
   b) Étudier les variations de la fonction f.
   c) Déduire de cette étude le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$.
4. On veut représenter, sur l'écran d'une calculatrice, la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[-0,05 ; 0,15]$, de façon à visualiser les résultats de la question 3.
   Quelles valeurs extrêmes de l'ordonnée y peut-on choisir pour la fenêtre de la calculatrice ?

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x}{\mathrm{e}^{x}-1}$.

1. **Restitution organisée de connaissances :**

   La fonction exponentielle est l'unique fonction g dérivable sur $\mathbb{R}$ vérifiant $\begin{cases} g'(x) & = & g(x) \\ g(0) & = & 1 \end{cases}$

   Démontrer que $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\mathrm{e}^{h}-1}{h} = 1$.

2. Déterminer les limites de la fonction f en 0 et en $+\infty$.