Exercice n° 1

Un laboratoire a élaboré un test pour dépister la présence du virus H_5N_1 chez les poules. Un test n'est jamais fiable à 100 % et on a établi que :

- lorsque le test est positif, la poule a le virus dans 90 % des cas ;
- lorsque le test est négatif, la poule peut quand même avoir le virus dans 1 % des cas.

Dans un élevage de poules, on a effectué le test sur toutes les poules et on a obtenu un tiers de tests positifs. On choisit une poule au hasard dans l'élevage. On notera :

– T : « Le test est positif ». – V : « La poule a le virus ».

Les résultats seront donnés sous forme de fraction irréductible.

1. D'après l'énoncé, combien vaut $P_{\overline{T}}(V)$?

2. Tracer un arbre pondéré illustrant la situation, en commençant par l'alternative T ou $\overline{T}$.

3. Calculer la probabilité que la poule ait le virus et que le test ne le détecte pas.

4. Prouver que la probabilité que la poule ait le virus est : $\dfrac{23}{75}$.

5. Les événements T et V sont-ils indépendants ? Justifier par un calcul.

6. Supposons que la poule ait le virus, quelle est la probabilité que son test soit positif ?

7. Supposons que la poule n'ait pas le virus, quelle est la probabilité que son test soit négatif ?

Exercice n° 2

Une entreprise chimique produit un solvant : le toluène. On note $E(q)$ le coût en euros pour produire une quantité q de toluène, q étant exprimé en décalitres (Rappel : 1 daL=10 L). Le laboratoire peut produire entre 10 et 50 litres de toluène. La courbe de la fonction E est donnée, on la note $\mathscr{C}$.

$$E(q) = \frac{1}{2}q^2 - q + 3 \text{ où } q \in [1;5]$$

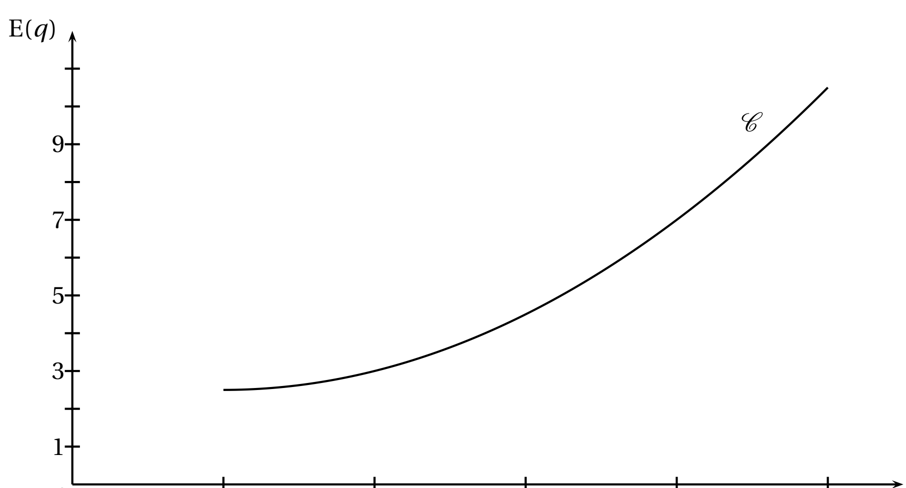
1. a) Déterminer graphiquement le nombre de litres produits pour 7 €. (*On laissera les traits de construction*)

b) Répondre à la question précédente par le calcul.

2. Pour un point A d'abscisse q sur $\mathscr{C}$ le coefficient directeur de (OA) est : $\dfrac{E(q)}{q}$. Ce nombre $E(q)$ représente le coût de production unitaire du décalitre si l'on produit q daL.

a) Déterminer graphiquement pour quel nombre de litres produits, le coût de production unitaire du décalitre est minimal. (*On laissera les traits de construction*)

b) On pose : $U(q) = \dfrac{E(q)}{q}$. Vérifier que $U'(q) = \dfrac{q^2-6}{q^2}$ et déterminer la valeur exacte de la réponse donnée à la question précédente.



Exercice n° 3

Ceci est une série de QCM. Pour chaque question, une seule proposition est correcte. Une réponse fausse retire des points.

- Une autre expression du réel $\ln(2e^2)$ est :

  ❍ $2\ln(2e)$ ❍ $e^2 + \ln(2)$ ❍ $2 + \ln(2)$ ❍ $2\ln(2)$

- L'équation $\ln(x) = 0$ admet pour solution sur $]0;+\infty[$:

  ❍ $x = e$ ❍ $x = 1$ ❍ $x = 0$ ❍ aucune solution

- L'équation $\ln(x) = -0{,}5$ admet comme solution sur $]0;+\infty[$:

  ❍ $x = -\dfrac{1}{2}e$ ❍ $x = \dfrac{1}{e^2}$ ❍ $x = \dfrac{1}{\sqrt{e}}$ ❍ aucune solution

- Soit $a > 0$ et $b > 0$. Alors $\ln(ab + b) - \ln(b) - \ln(a)$ est égal à :

  ❍ $\ln\left(1 + \dfrac{1}{a}\right)$ ❍ $\ln(ab) - \ln(a)$ ❍ $\ln(b)$ ❍ un réel négatif

- L'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^{0} -2x\,dx$ vaut :

  ❍ -2 ❍ -1 ❍ 1 ❍ 2

Exercice n° 4

On donne ci-dessous la courbe $\mathscr{C}_f$ de la fonction f définie sur $[0;+\infty[$ par :

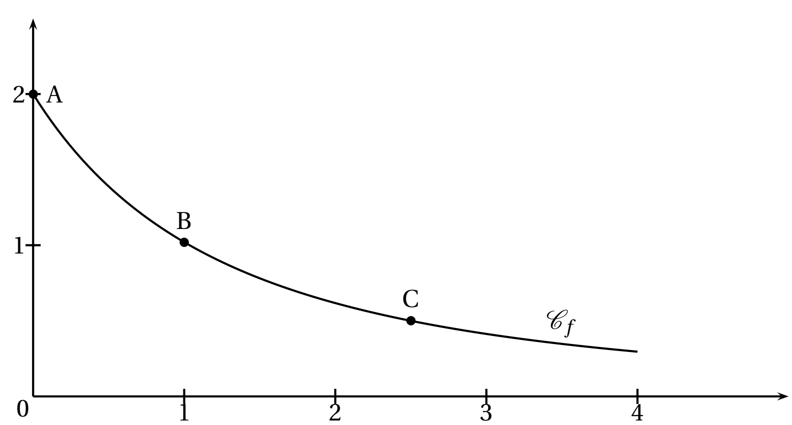
$$f(x) = \frac{50}{(2x+5)^2}$$

1. Calculer la limite de f en $+\infty$.
2. On a placé les points A, B et C sur $\mathscr{C}_f$, d'abscisses respectives : zéro, 1 et 2,5. Calculer leur ordonnée.
3. À l'aide de deux trapèzes[1] que l'on tracera, donner une valeur approchée de l'intégrale :

$$I = \int_0^{2,5} f(x)\,dx$$

On arrondira le résultat à 10^{-2} *par excès.*

4. Rappeler la formule de la dérivée de $\dfrac{1}{v}$ et en déduire la valeur exacte de I. *On pourra remarquer que :* $50 = -25 \times (-2)$.



[1] Rappel : L'aire d'un trapèze est le produit de la moyenne des deux bases par la hauteur.