1 Fluctuation d'échantillonnage

L'expérience : on lance un dé numéroté de 1 à 6, bien équilibré, et on repère le chiffre qui apparaît sur la face supérieure. On répète ce lancer deux fois 100 fois et on obtient deux échantillons A et B de taille 100.
On a noté les fréquences d'apparition de chaque chiffre dans un tableau de distribution des fréquences :

Chiffre	1	2	3	4	5	6
Fréquence A	0,14	0,17	0,19	0,18	0,17	0,15
Fréquence B	0,15	0,16	0,16	0,18	0,17	0,18

Définition

En statistiques, un *échantillon de taille n* est la liste des n résultats obtenus par n répétitions indépendantes de la même expérience.

Deux échantillons de même taille n ne donneront pas les mêmes résultats : c'est ce que l'on appelle la *fluctuation d'échantillonnage*.

♡

Dans l'exemple précédent, on constate que les distributions des fréquences des deux échantillons ne sont pas les mêmes : c'est ce qu'on appelle la *fluctuation d'échantillonnage*.

La moyenne de l'échantillon A est de 3,52 et celle de B est 3,60.

Propriété

La moyenne *subit* la fluctuation d'échantillonnage.

2 Intervalle de fluctuation

Théorème

• On réalise une expérience aléatoire en tirant des échantillons de taille n d'une population dans laquelle la proportion d'individus ayant un certain caractère est p.
• On s'intéresse à la fréquence f de ce caractère au sein d'un échantillon.
Dans environ 95% des cas, la fréquence f appartient à $\left[\, p - \frac{1}{\sqrt{n}}\ ;\ p + \frac{1}{\sqrt{n}} \,\right]$.

Cette propriété signifie que dans environ 95% des cas, la fréquence du caractère est située dans l'intervalle centré en p d'amplitude $\frac{2}{\sqrt{n}}$.

Exercice
Un joueur tire une carte dans un jeu de cartes, puis il la remet dedans. Il gagne si il obtient un « coeur ». Il renouvelle cette expérience n fois. Une carte sur quatre est un coeur donc $p = 0{,}25$.
D'après le théorème :

- ➔ Si $n = 100$, dans environ 95% des cas, la fréquence d'obtention d'un coeur fluctue dans l'intervalle [0,15 ; 0,35],
- ➔ Si $n = 10\,000$, dans environ 95% des cas, la fréquence d'obtention d'un coeur fluctue dans l'intervalle [0,24 ; 0,26].

3 Exemple de simulation

3.1 Exemple de simulation d'un lancer de deux dés :

On lance deux dés à six faces et on note la somme des chiffres figurant sur la face supérieure.

3.1.1 Question n°1 :

Quels sont les résultats qu'il est possible d'obtenir ?

....

3.1.2 Question n°2 :

A votre avis, chacune de ces issues a-t-elle les mêmes chances de se réaliser ?

....

Si la réponse est non, indiquer quelle est l'issue la plus probable.

....

3.1.3 Calculatrice et nombres aléatoires

Nous allons simuler cette expérience grâce à la calculatrice.

La calculatrice a une fonction qui lui permet d'afficher un nombre aléatoire compris entre 0 et 1 : la fonction random (hasard) :

Casio ou **TI**

Casio	TI
♦ Menu RUN	♦ Taper MATH
♦ Taper OPTN	♦ Sélectionner PRB (probabilités)
♦ Sélectionner PROB	♦ Choisir RAND (nombre aléatoire)
♦ Choisir RAN#	♦ Taper sur ENTER
♦ Taper sur EXE	

Pour faire afficher un nouveau nombre aléatoire, il suffit d'appuyer à nouveau sur EXE ou ENTER/

Pour obtenir un entier, nous allons utiliser la fonction INT de la calculatrice qui permet d'afficher la partie entière d'un nombre :

Casio ou **TI**

Casio	TI
♦ OPTN	♦ MATH
♦ NUM	♦ NUM (nombre)
♦ INT	♦ INT (troncature)

Nous cherchons, pour simuler notre lancer de deux dés, à faire afficher par la calculatrice la somme de deux nombres entiers aléatoires compris entre 1 et 6.
Pour cela, il suffit de taper la séquence suivante :

Casio ou **TI**

Casio	TI
♦ INT(6×RAN#+1)+INT(6×RAN#+1)	♦ INT(6×RAND+1)+INT(6×RAND+1)

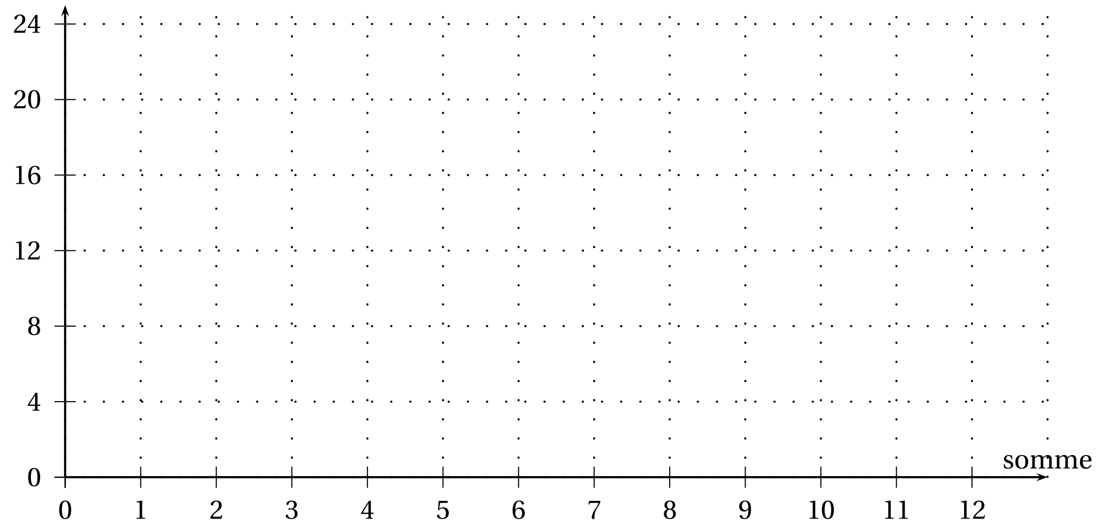
Taper sur EXE ou ENTER, un nombre entier compris entre 2 et 12 s'affiche.

3.1.4 Question n°3 :

Effectuez une série de 50 lancers, notez les résultats obtenus dans le tableau ci-dessous puis représentez la *distribution de fréquences* sous forme de diagramme en bâtons.

somme	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Total
effectif												50 lancers
fréquence en %												100 %

fréquences en %

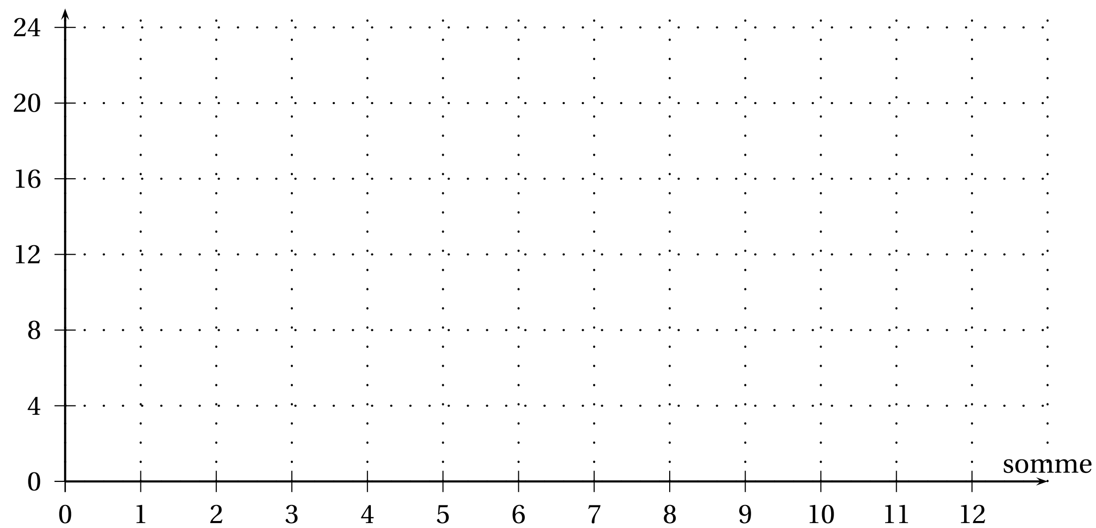


3.1.5 Question n°4 :

Mise en commun des résultats.
Additionnez entre eux les résultats de toute la classe pour obtenir un échantillon beaucoup plus gros.
Consignez les résultats dans le tableau puis représentez la *distribution de fréquences* sous forme de diagramme en bâtons.

somme	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Total
effectif												… lancers
fréquences en %												100 %

fréquences en %



3.1.6 Question n°5 :

Nous avons trouvé des fréquences "expérimentales" de réalisation de chacune des issues de cette expérience aléatoire.
Ici, il est même possible de trouver les fréquences théoriques en utilisant un raisonnement très simple, nous pourrons alors comparer la théorie avec nos différents relevés.
Écrivez dans le tableau ci-dessous tous les résultats possibles (en premier, le résultat sur le premier dé et en second celui du deuxième dé) puis complétez le tableau de la somme des deux dés.

Résultats

(1; 1)	(1; 2)	(1; 3)			
(2; 1)					

$\Longrightarrow$

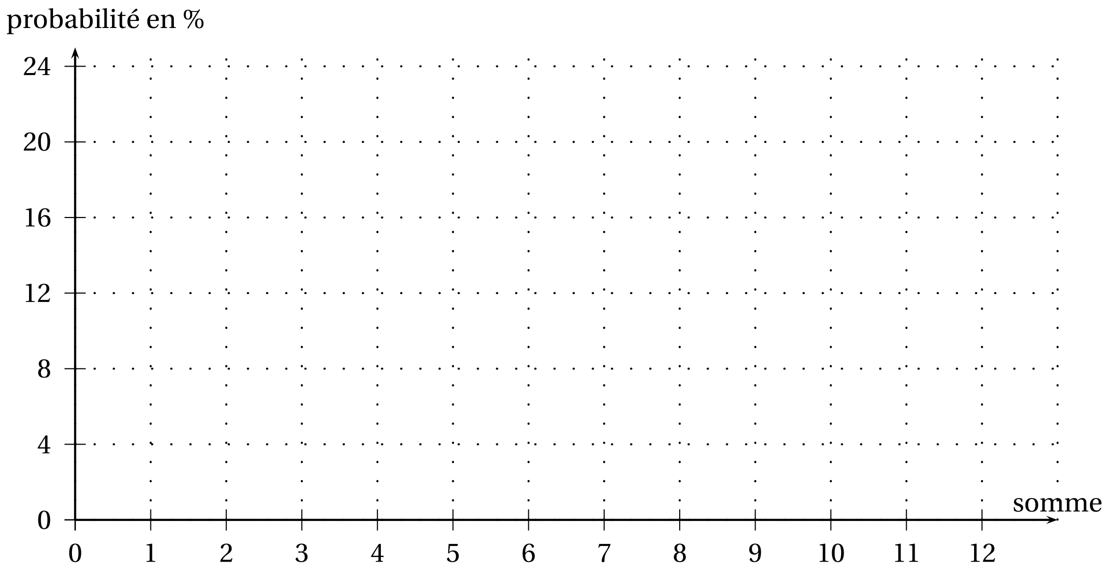
Somme des deux dés

2	3	4			
3					

3.1.7 Question n°6 :

On souhaite compléter le tableau des fréquences théoriques.
Nous nous apercevons qu'il y a, par exemple, 3 façons d'obtenir le résultat 4 : (1;3), (2;2) et (3; 1). Il y a 36 résultats possibles, l'issue « 4 » a donc une fréquence théorique de $\dfrac{3}{36} \approx 0{,}083$.
Complétez le tableau ci-dessous et représentez la *loi de probabilité* de cette expérience sous forme de diagramme en bâtons.

issue	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Total
fréquence en %												100 %



Conclusion ? ? ?

4 Travail informatique : «TD simulation et citoyenneté»