Lecture de courbes *6 points*

Le tableau des réponses

Courbe	abc	ABC	I-II-III	FGH
$\mathscr{C}_f$	c	A	III	G
$\mathscr{C}_g$	a	B	I	F
$\mathscr{C}_h$	b	C	II	H

Choix de la «bonne» expression en vue d'une résolution algébrique *4 points*

La fonction g est définie par : $x \mapsto -2(x-1)^2+8$.

1. Le développement :

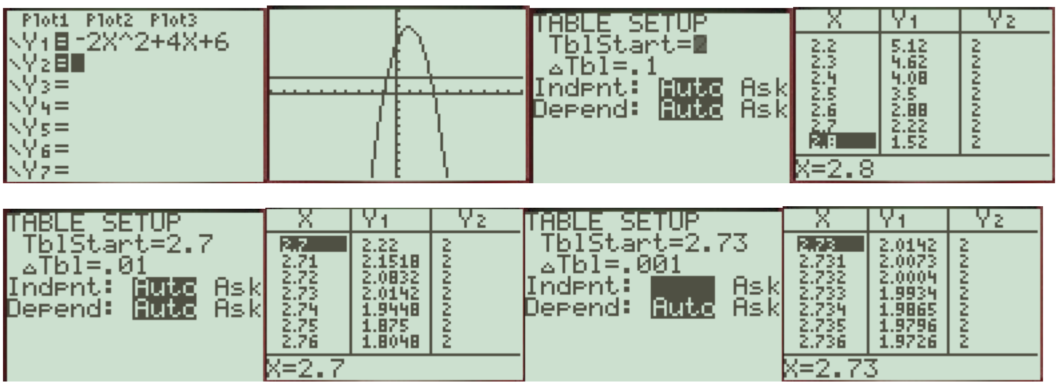
$$g(x) = -2(x^2-2x+1)+8 = -2x^2+4x-2+8 = -2x^2+4x+6$$

2. Le tableau de variations de g.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$g(x)$	$\nearrow$	8	$\searrow$

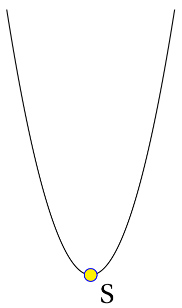
3. Poser $g(x)=8$ revient à poser $-2(x-1)^2+8=8$ soit encore $-2(x-1)^2=0$ qui équivaut à $x-1=$ qui a pour unique solution $x=1$.

4. Regardons les écrans suivant :



Nous lisons la meilleure approximation au millième d'une des deux solutions : 2,732. Nous savons que la seconde solution est symétrique par rapport à l'axe $x=1$ qui passe par le sommet, elle vaut donc : $-(2{,}732-1) = -0{,}732$.

Restitution de connaissances ***4 points***

<table>
<tr><th>Questions</th><th>Réponses</th></tr>
<tr><td>1. Pour tout nombre, l’expression $3x^2+6x-9$ est égale à :</td><td>☑ $3(x-1)(x+3)$
❒ $(3x-3)^2$
☑ $3(x+1)^2-6$
❒ $(x-3)^2$</td></tr>
<tr><td>2. Voici un algorithme qui calcule l’image d’un nombre x par une fonction f :
– Saisir x ;
– Calculer le triple ;
– Retirer 5 ;
– Élever le résultat au carré ;
– Ajouter 4 ;
– Afficher le résultat.
L’expression de f est :</td><td>❒ $f(x)=3x-5^2+4$
❒ $f(x)=3(x-5)^2+4$
☑ $f(x)=(3x-5)^2+4$
❒ $f(x)=3(x-5^2)+4$</td></tr>
<tr><td>3. Soit la fonction g définie sur $[-5;5]$ par :
$g(x)=-2(x+3)^2+4$
Le maximum de g</td><td>❒ est 3
☑ est 4
❒ est 5
❒ n’existe pas sur $[-5;5]$</td></tr>
<tr><td>4. Ci-dessous un tableau de valeurs d’une fonction du second degré, à quelle(s) expression(s) cela correspond-il ?
<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>7</td><td>1</td><td>-1</td><td>1</td><td>7</td></tr></table></td><td>☑ $f(x)=2x^2-8x+7$
❒ $f(x)=x^2+7$
☑ $f(x)=2(x-2)^2-1$
❒ $f(x)=2x^2-2x-1$</td></tr>
<tr><td>5. Ci-dessous une parabole pour laquelle le point S(3;5) est son sommet. On a perdu les axes de coordonnées. Parmi les propositions suivantes, laquelle (ou lesquelles) est (sont) vraie(s) ?

</td><td>❒ Le minimum de f est 3
☑ Si $f(0)=8$ alors $f(6)=8$
☑ Pour tout nombre réel, $f(x)$ est positif
☑ f est croissante sur $[3;+\infty[$</td></tr>
</table>

Application des connaissances ***6 points***

1. Le tableau de valeurs :

x	0	10	20	30	40	50	60	70
$f(x)$	−2 500	0	1 500	2 000	1 500	0	−2 500	−6 000

2. Nous développons :

$$-5(x-10)(x-50) = -5(x^2-60x+500) = -5x^2+300x-2500 = \mathrm{B}(x)$$

3. La fonction B est un polynôme de degré 2 représenté par une parabole, de plus, nous constatons sur le tableau de valeurs que B(10) = B(50) par conséquent l'axe de symétrie de la parabole est en $x = 30$. Le maximum de B est donné par B(30) = 2 000. Le bénéfice maximum vaut 200 000 euros.
4. Le coefficient a du polynôme est négatif et nous venons de déterminer les coordonnées du sommet donc d'après le cours que nous avons bien appris :

x	0		30		100
$g(x)$	−2 500	$\nearrow$	2 000	$\searrow$	−22 500

5. D'après le tableau de variations, la fonction B est décroissante sur l'intervalle $[30 ; 100]$ par conséquent elle inverse l'ordre et B(36) < B(32). La fabrication de 32 tonnes apporte le plus grand bénéfice.
6. D'après le tableau de variations, le tableau de valeurs et la connaissance du sommet (positif), nous pouvons établir le tableau de signes :

x	0		10		50		100
B(x)		−	0	+	0	−	