Table des matières

I Définition

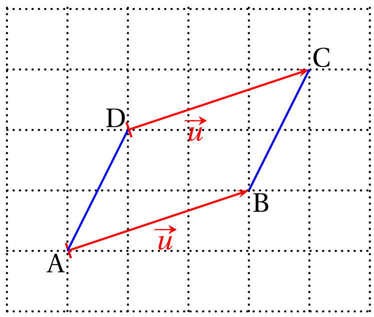
Définition

- Un point C est l'image d'un point D par la <u>translation</u> qui transforme A en B lorsque le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.
- On dit alors que C est l'image du point D par la translation de <u>vecteur</u> $\overrightarrow{AB}$.

page 292

Translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ transformant D en C :
On remarque que :
- (AB) et (DC) sont parallèles (même direction),
- AB et DC sont de même longueur,
- $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ vont dans le même sens.

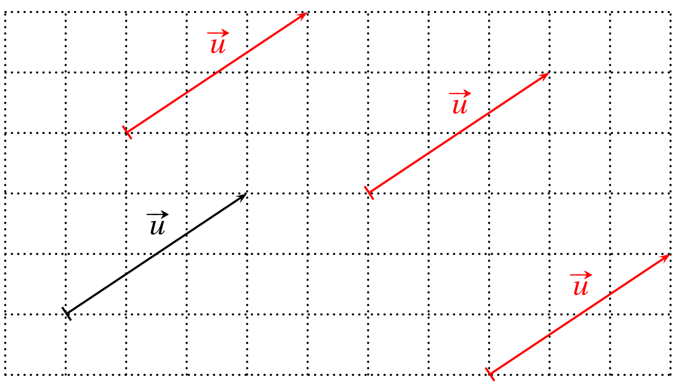
Les vecteurs seront souvent notés $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$...



Remarque

Le vecteur $\vec{u}$ n'est pas fixe, on peut le dessiner n'importe où sur une feuille :

ex 5 et 6 page 310, ex 13 à 17 page 311



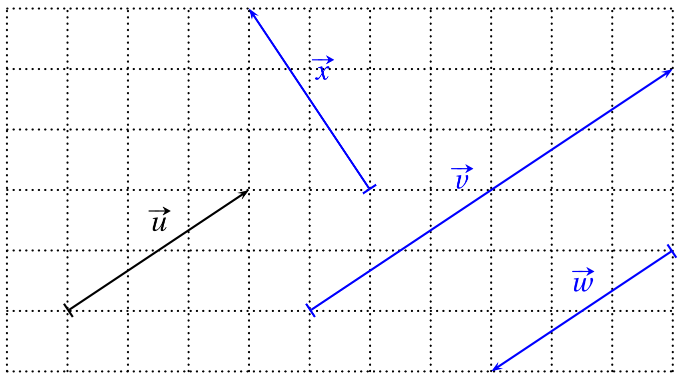
II Égalité de vecteurs

Définition

Deux vecteurs AB et DC sont égaux si et seulement si le quadrilatère ABCD est un parallélogramme (éventuellement aplati). On note alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

page 294

Aucun des vecteurs ci-contre ne sont égaux deux à deux alors que sur la figure précédente les quatre représentants de $\vec{u}$ sont égaux.



Remarque

- $\overrightarrow{AB} = \vec{0}$ si et seulement si A = B
- Si on fixe un point O, alors pour tout vecteur $\vec{u}$, il existe un unique point M vérifiant $\vec{u} = \overrightarrow{OM}$

III Opposé d'un vecteur

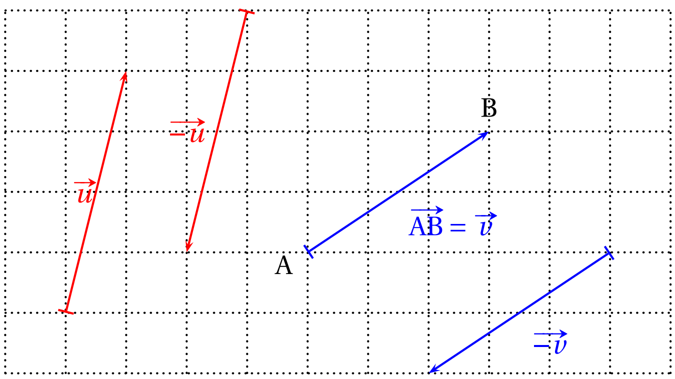
Définition

Quels que soient les points A et B, $\overrightarrow{BA}$ est appelé vecteur opposé de $\overrightarrow{AB}$.

page 292

Remarque

Si $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, alors $-\vec{u} = \overrightarrow{BA}$

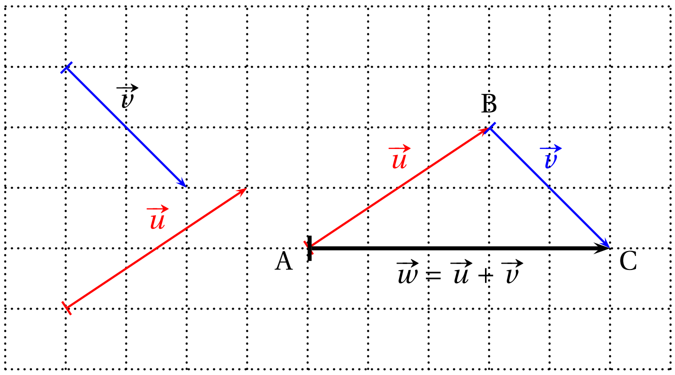


IV Somme de deux vecteurs

Définition

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs, on définit le vecteur $\vec{u}+\vec{v}$ de la façon qui suit. Soit A un point du plan, on trace le représentant de $\vec{u}$ d'origine A : il a pour extrémité B. Puis on trace le représentant de $\vec{v}$ d'origine B : il a pour extrémité C. Le vecteur $\overrightarrow{AC}$ est un représentant du vecteur $\vec{u}+\vec{v}$.

page 294



Relation de Chasles

Pour tous points A, B et C du plan, on a : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

ex 21 à 23 page 312, ex 29 à 31 page 313

Propriété

Quels que soient les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ du plan, on a :
- $\vec{u}+\vec{v}=\vec{v}+\vec{u}$
- $(\vec{u}+\vec{v})+\vec{w}=\vec{u}+(\vec{v}+\vec{w})$
- $\vec{u}+\vec{0}=\vec{u}$

V Multiplication d'un vecteur par un nombre réel

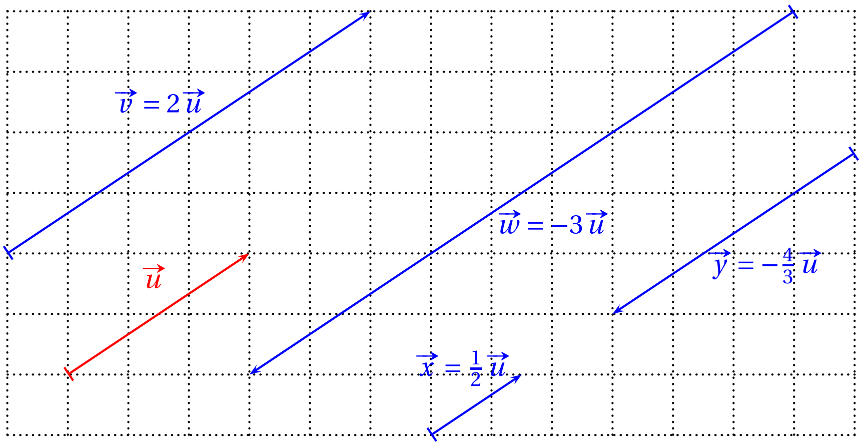
Définition

Soit $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ un vecteur non nul et k un réel non nul, on définit le vecteur $\vec{v}=k\vec{u}=\overrightarrow{AC}$ par :
- A, B et C sont alignés
- si $k>0$, AC $=k$AB et B et C sont du même côté par rapport à A
- Si $k<0$, AC $=-k$AB et B et C sont de part et d'autre de A

page 298

Remarque

Si $\vec{u}=0$ ou $k=0$ alors $\vec{v}=\vec{0}$



Propriété

Quels que soient les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et les réels k et l, on a :

- $k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v}$
- $(k+l)\vec{u} = k\vec{u} + l\vec{u}$
- $k(\lambda\vec{u}) = (k\lambda)\vec{u}$
- $k\vec{u} = \vec{0} \iff k = 0$ ou $\vec{u} = \vec{0}$

VI Colinéarité de deux vecteurs

Définition

Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont <u>colinéaires</u> s'il existe un réel k non nul tel que $\vec{v} = k\vec{u}$. ♡

page 298

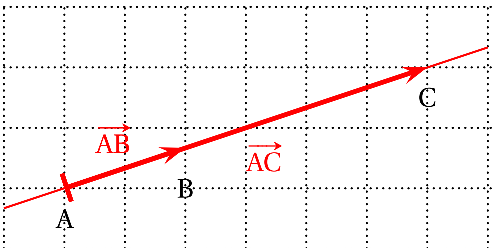
Autrement dit, les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont la même direction.

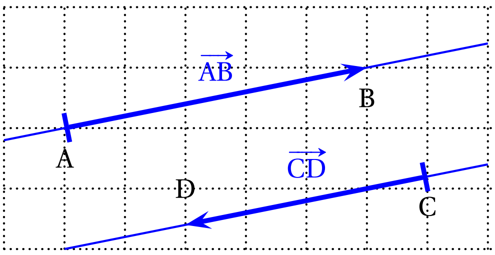
Sur le dessin précédent, tous les vecteurs dessinés sont colinéaires entre eux.

ex 62 et 63 page 318

Propriété

- Trois points A, B et C sont alignés si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires,
- deux droites (AB) et (CD) sont parallèles si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires. ♡





VII Coordonnées de vecteurs

Définition

Dans un repère (O, I, J) les coordonnées d'un vecteur $\vec{u}$ sont les coordonnées du point M tel que $\vec{u} = \overrightarrow{OM}$.

♡

page 296

Remarque

Dans un repère (O, I, J) on définit $\vec{\imath} = \overrightarrow{OI}$ et $\vec{\jmath} = \overrightarrow{OJ}$. On parlera du repère (O, I, J) ou du repère $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

Propriété

Deux vecteurs sont égaux ssi leurs coordonnées sont respectivement égales :

$$\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} \quad \vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix} \qquad \vec{u} = \vec{v} \iff \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$$

♡

ex 45 page 315, ex 46 page 316

Propriété

Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ se calculent par différence de celles de B et de A :

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_{\overrightarrow{AB}}\\y_{\overrightarrow{AB}}\end{pmatrix} \iff \begin{cases} x_{\overrightarrow{AB}} = x_B - x_A \\ y_{\overrightarrow{AB}} = y_B - y_A \end{cases}$$

♡

Exercice

On donne A(3; −2) et B(−1; 5). Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ puis celle du vecteur $\overrightarrow{BA}$. Que remarque-t-on ?

Propriété

Les coordonnées du vecteur somme de deux vecteurs sont respectivement la somme des coordonnées :

$$\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix} \quad \text{alors} \quad \vec{u}+\vec{v}\begin{pmatrix}x+x'\\y+y'\end{pmatrix}$$

♡

Exercice

On donne A(−1; −1), B(−2; 1) et C(1; 2). Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ et comparer avec celles de $\overrightarrow{AC}$. Que vient-on de vérifier ?

ex 53 à 59 pages 316 et 317

Propriété

Les coordonnées du produit d'un vecteur par un nombre sont respectivement égales au produit de chaque coordonnée par ce nombre :

$$\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} \quad \text{si} \quad \vec{v} = k\,\vec{u} \quad \text{alors} \quad \vec{v}\begin{pmatrix}kx\\ky\end{pmatrix}$$

♡

ex 67 à 69 page 318, ex 71 à 75 page 319, ex 77 à 80 page 319

Exercice

On donne A(−1; −1), B(−2; 1). Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AB}$. Que dire des points A, B et C ?