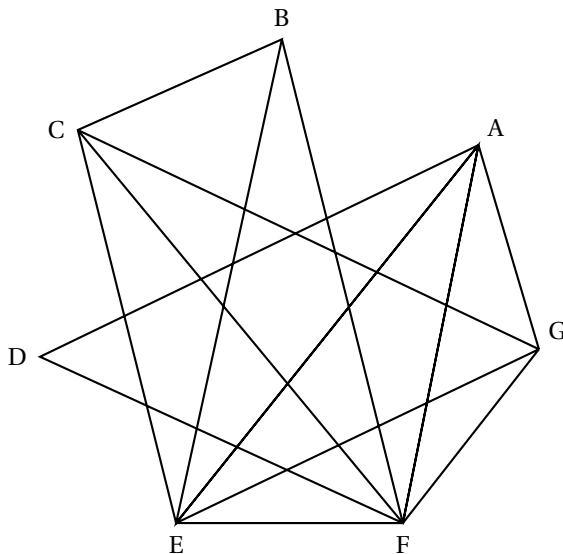


**Exercice 1**

**10 points**

Un concert de solidarité est organisé dans une grande salle de spectacle. À ce concert sont conviés sept artistes de renommée internationale Luther Allunison (A), John Biaisé (B), Phil Colline (C), Bob Ditlâne (D), Jimi Endisque (E), Robert Fripe (F) et Rory Garaguerre (G). Les différents musiciens invités refusant de jouer avec certains autres, l'organisateur du concert doit prévoir plusieurs parties de spectacle. Les arêtes du graphe  $\Gamma$  ci-dessous indiquent quels sont les musiciens qui refusent de jouer entre eux.



Graphe  $\Gamma$

1. Déterminer la matrice associée au graphe  $\Gamma$  (les sommets de  $\Gamma$  étant classés dans l'ordre alphabétique).
2. Quelle est la nature du sous-graphe de  $\Gamma'$  constitué des sommets A, E, F et G?  
Que peut-on en déduire pour le nombre chromatique  $\chi(\Gamma)$  du graphe  $\Gamma$ ?
3. Quel est le sommet de plus haut degré de  $\Gamma$ ?  
En déduire un encadrement de  $\chi(\Gamma)$ .
4. Après avoir classé l'ensemble des sommets de  $\Gamma$  par ordre de degré décroissant, colorier le graphe  $\Gamma$  en numérotant chaque couleur sur le graphe.
5. Combien de parties l'organisateur du concert doit-il prévoir?  
Proposer une répartition des musiciens pour chacune de ces parties.

**Exercice 2**

**10 points**

Soit la matrice d'ordre 5 : 
$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Construire le graphe  $\mathcal{G}$  associé à M en nommant les sommets dans l'ordre de la matrice A, B, C, D et E.
2. Ce graphe est-il complet? Est-il connexe?
3. Colorier ce graphe avec le moins de couleurs possibles (en numérotant les couleurs sur le graphe).
4. Poser le calcul de  $M^2$  sur votre feuille en détaillant le calcul d'un coefficient.
5. Énumérer les chaînes de longueur 2 entre A et B puis entre C et A.
6. La matrice  $M^2$  nous indique le nombre de chaînes de longueur 2 entre deux sommets quelconques du graphe.  
Calculer la matrice  $M^3$  et en déduire le nombre de chaînes de longueur 3 entre B et D en justifiant la réponse.