Exercice 1 (4 points) **enseignement obligatoire**

Pour calculer facilement les renseignements demandés, nous complétons le tableau avec les effectifs cumulés croissants et les fréquences cumulées croissantes.

Pointure	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47
Effectif	1	8	9	37	38	21	14	15	22	8	9	3	1
Eff. cum. croiss.	1	9	18	55	93	114	128	143	165	173	182	185	186
Fréq.cum. croiss.	0,54	4,84	9,68	29,57	50,00	61,29	68,82	76,88	88,71	93,01	97,85	99,46	100,00

1) Le nombre de pointures dont la fréquence est supérieure à 0,1 (soit un effectif de plus de 18) est :

☑ 4 ❒ 5 ❒ 6

2) La médiane de cette série (effectif pair donc moyenne des valeurs centrales) est :

❒ 14 ☑ 39,5 ❒ 41

3) Le troisième quartile de cette série (fréquence cumulée de 75 %) est :

❒ 8 ☑ 42 ❒ 44

4) Le neuvième décile de cette série (fréquence cumulée de 90 %) est :

❒ 12 ☑ 44 ❒ 46

5) Pour cette série (le premier décile est à 10 % et le premier quartile à 25 %) , on peut écrire :

❒ $d_1 < Q_1$ ☑ $d_1 = Q_1$ ❒ $d_1 > Q_1$

6) Arrondie au dixième, la moyenne m de cette série (résultat lu sur calculatrice) est :

❒ 14,3 ☑ 40,2 ❒ 41

7) Arrondi au centième, l'écart-type s (résultat lu sur calculatrice) est :

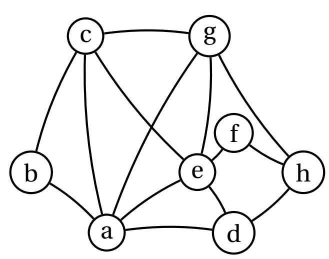
☑ 2,53 ❒ 2,54 ❒ 12

8) Le pourcentage de valeurs relevées strictement comprises dans [35,1 ; 45,3] : 181 sur 186, est :

❒ 92,3 % ❒ 96,2 % ☑ 97,3 %

Exercice 1 (4 points) **enseignement de spécialité**

$$M^3 = \begin{pmatrix} 10 & 8 & 11 & 10 & 12 & 5 & 13 & 4 \\ 8 & 2 & 7 & 3 & 5 & 2 & 4 & 3 \\ 11 & 7 & 8 & 6 & 12 & 3 & 10 & 5 \\ 10 & 3 & 6 & 2 & 11 & 1 & 4 & 8 \\ 12 & 5 & 12 & 11 & 8 & 8 & 13 & 3 \\ 5 & 2 & 3 & 1 & 8 & 0 & 2 & 6 \\ 13 & 4 & 10 & 4 & 13 & 2 & 6 & 9 \\ 4 & 3 & 5 & 8 & 3 & 6 & 9 & 0 \end{pmatrix}$$



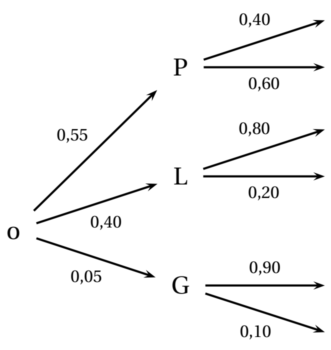
1. L'ordre du graphe est égal au plus grand des degrés des sommets : faux, il y a 8 sommets et le plus grand degré vaut 5 (a ou e).
2. Le graphe G contient un sous-graphe complet d'ordre 3 : vrai, a-b-c par exemple.
3. Les sommets de G peuvent être coloriés avec trois couleurs sans que deux sommets adjacents soient de même couleur : faux car il contient un sous-graphe complet d'ordre 4 (a-e-g-c).
4. Il est possible de parcourir ce graphe en passant une fois et une seule par chaque arête : faux, il y a quatre sommets de degré impair et pour une chaîne eulérienne, il ne faut pas plus de deux tels sommets.
5. Il existe au moins un chemin de longueur 3 qui relie chaque sommet à chacun des sept autres sommets du graphe : vrai, dans la matrice M^3 il y a uniquement deux zéros et ils sont sur la diagonale... donc entre un sommet et les sept autres, il y a toujours un chemin de longueur 3.
6. Il y a 72 chemins de longueur 3 qui relient le sommet e à chacun des huit sommets du graphe : vrai car $12+5+12+11+8+8+13+3 = 72$.

Exercice 2 (4 points) **tous**

1. a) Citer dans l'énoncé les propositions précises indiquant la valeur de chacune des probabilités suivantes :

- $p_P(\overline{A}) = 0,6$: 60 % des propriétaires habitent une maison individuelle ;
- $p_L(A) = 0,8$: 80 % des locataires habitent un appartement ;
- $p_G(\overline{A}) = 0,1$: 10 % des occupants à titre gratuit habitent une maison individuelle.

b) L'arbre :



$P \cap A$	$p(P \cap A) = 0,22$
$L \cap \overline{A}$	$p(P \cap \overline{A}) = 0,33$
$L \cap A$	$p(L \cap A) = 0,32$
$P \cap \overline{A}$	$p(L \cap \overline{A})) = 0,08$
$G \cap A$	$p(G \cap A) = 0,045$
$G \cap \overline{A}$	$p(G \cap \overline{A}) = 0,005$

2. D'après l'arbre, la probabilité de l'événement : « la famille est propriétaire et habite un appartement » vaut : 0,22.

3. D'après l'arbre, $p(A) = 0,22 + 0,32 + 0,045 = 0,585$

4. D'après le cours et ce qui précède : $p_A(P) = \dfrac{p(P \cap A)}{p(A)} = \dfrac{0,22}{0,585} \approx 0,376$.

Exercice 3 (5 points) **tous**

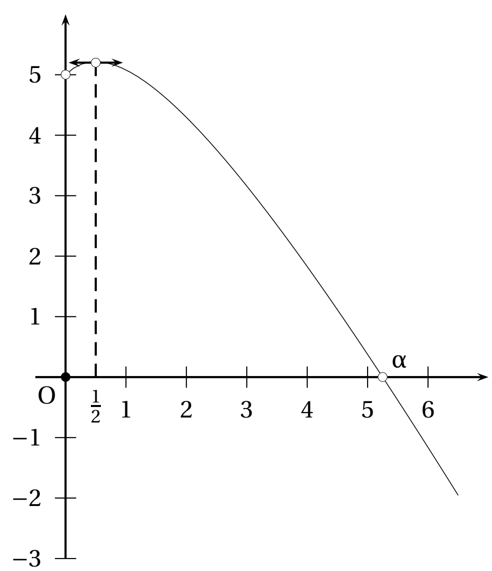
1. Pour calculer la limite à l'infini, nous utilisons la factorisation indiquée :
$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln(x+1)}{x} = 0$ donc $\lim\limits_{x \to +\infty} 3\dfrac{\ln(x+1)}{x} = 0$. De même $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{5}{x} = 0$. Donc $\lim\limits_{x \to +\infty} \left[-2 + \dfrac{5}{x} + 3\dfrac{\ln(x+1)}{x}\right] = -2$. Par conséquent : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} -2x = -\infty$

2. $f'(x) = -2 + \dfrac{3}{x+1}$. Pour étudier le signe de $f'(x)$, nous pouvons résoudre l'inéquation $f'(x) \geqslant 0$ soit encore $\dfrac{3}{x+1} \geqslant 2$ d'où $3 \geqslant 2(x+1)$ soit finalement $x \leqslant \dfrac{1}{2}$.

3. Pour compléter le tableau de valeurs, nous calculons le maximum :

$f(\frac{1}{2}) = 3\ln(1,5) + 4 \approx 5,2$.

x	0		1/2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$	5	↗	5,2	↘	$-\infty$



4. Courbe représentative de f :

5. D'après le tableau de variations, sur l'intervalle $[0 ; 1/2]$, la fonction est continue et strictement croissante de 5 à 5,2 donc reste dans les positifs. Puis sur $[1/2 ; +\infty[$, elle est strictement décroissante de 5,2 vers $-\infty$ donc l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α.

6. À la calculatrice, nous trouvons $\alpha \approx 5,25$.

7. Le tableau de signe qui se déduit de ce qui précède :

x	0		α		$+\infty$
$f(x)$		+	0	−	

Exercice 4 (4 points) **tous**

1. Le coût marginal du 1 000^{e} ouvrage vaut $f(1)$ donc 5,08 euros.
2. Nous vérifions que $G'(x) = f(x)$ et la conclusion s'impose.
3. $$\int_0^5 f(q)\mathrm{d}q = G(5) - G(0)$$

   Or $G(5) = 18\ln(6) - 15$ et $G(0) = 0$ donc
   $$\int_0^5 f(q)\mathrm{d}q = G(5) \approx 17{,}252$$
4. D'après la question précédente, le coût total de fabrication de 5 000 ouvrages est de 17 252 €.
5. Le coût moyen unitaire pour un tirage de 5 000 ouvrages est de : $\dfrac{17252}{5000} \approx 3{,}45$ €.

Exercice 5 (3 points) **tous**

1. D'après la définition du coût marginal, $C_m(6)$ est le coefficient directeur de la tangente en $x = 6$ à la courbe du coût total donc : $C_m(6) = \dfrac{144}{6} = 24$.
2. Le coût marginal est la dérivée du coût total... et parmi les trois courbes représentées, la première indique une dérivée négative puis positive, cela ne convient pas ; la seconde reste positive et passe par le point de coordonnées 6 et 24, ce qui correspond au calcul de la question précédente ; enfin la dernière est constante or la courbe du coût total n'est pas une droite. Nous en désuisons que la bonne courbe est la courbe $\mathcal{G}$.

3. La valeur exacte de l'intégrale :
   $$\mathcal{A} = \int_0^6 C_m(q)\,dq = C_(6) - C(0)$$
   car la fonction $C(q)$ est une primitive de C_m. Donc, d'après la courbe : $\mathcal{A} = 144 - 0 = 144$.