Exercice 1 : Associer les variations de la fonctions et le signe du nombre dérivé **7 point(s)**

On donne le tableau des variations de f qui suit. On sait de plus que l'équation $f(x) = 0$ a deux solutions sur $[-3\,;5]$ qui sont -1 et 2.

x	-3		0		2		5
variations de f			6				3
		↗		↘		↗	
	-1				0		
signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

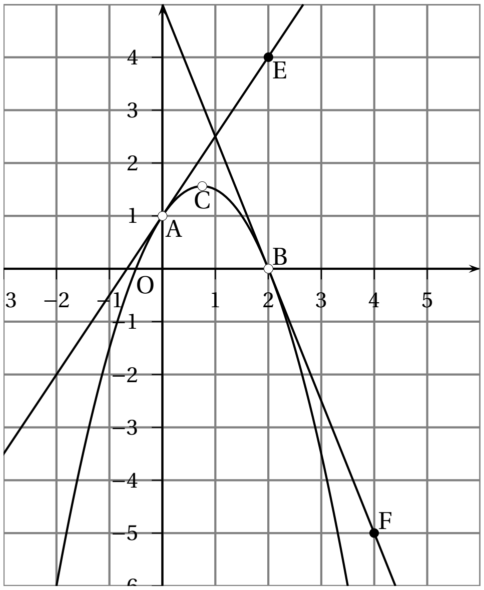
1. Voir la dernière ligne du tableau de variations.
2. Donner un nombre a tel que $f'(a) < 0$ et $f(a) > 0$ revient à chercher un nombre tel que la fonction soit décroissante et positive : $a = 1$ convient.
3. Donner un nombre b tel que $f'(b > 0$ et $f(b) < 0$ revient à chercher un nombre tel que la fonction soit croissante et négative $b = -2$ convient car il est dans une phase de croissance et avant -1 pour lequel nous savons que $f(-1) = 0$.
4. Compléter le tableau ci-dessous en indiquant le signe du nombre dérivé de f pour les valeurs précisées :

valeurs	$x = -1$	$x = 0$	$x = 1{,}5$	$3 \leqslant x \leqslant 4$
signe de $f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$

5. Le tableau complété :

a	10		17		20		30
signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
variations de f		↘		↗		↘	

Exercice 2 : Analyser une représentation graphique 7 point(s)



Voici un graphique représentant une fonction f et deux tangentes à sa courbe.

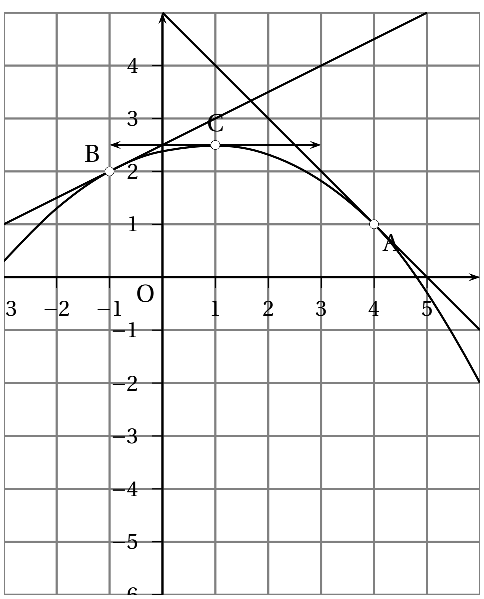
1. Les coordonnées du point A : $(0\,;1)$.
2. Le nombre dérivé $f'(0)$ se lit de A à E : $\frac{3}{2} = 1{,}5$.
3. Les coordonnées du point B : $(2\,;0)$.
4. Le nombre dérivé $f'(2)$ se lit de B à F $= -\frac{5}{2}$.
5. $f(x) = -x^2 + 1{,}5x + 1$ donc l'image par f de 0,75 vaut $f(0{,}75) = -0{,}75^2 + 1{,}5 \times 0{,}75 + 1 = 1{,}5625$.
6. Nombre dérivé de f au point d'abscisse a :

fonction	nombre dérivé
$-x^2$	$-2a$
$+1{,}5x$	$+1{,}5$
$+1$	0

donc $f'(a) = -2a + 1{,}5$.

7. $f'(0{,}75) = -2 \times 0{,}75 + 1{,}5 = 0$. Le nombre dérivé, c'est le coefficient directeur de la tangente donc celle-ci est horizontale, il s'agit du sommet de la courbe en C.

Exercice 3 : Tracer et calculer une équation de tangente 6 point(s)



1. Voir la représentation graphique.
2. Voir la représentation graphique.
3.
   - Pour la tangente en A : $f'(4) = -1$ donc $y = -x + p$. Comme $f(4) = 1$, $1 = -4 + p$. Donc $p = 5$ et

$$y = -x + 5$$

   - Pour la tangente en B, $f(-1) = \frac{1}{2}$ donc $y = \frac{1}{2}x + p$. Comme $f(-1) = 2$, $2 = \frac{1}{2} \times (-1) + p$. Donc $p = 2{,}5$ et

$$y = 0{,}5x + 2{,}5$$