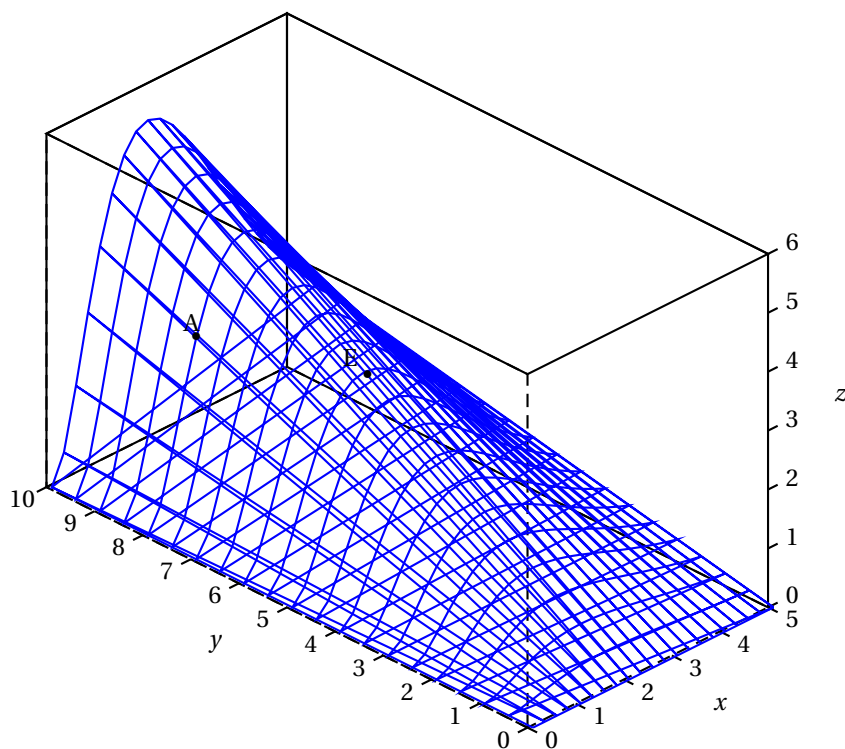


Le bénéfice B d'une entreprise dépend à la fois des investissements et de la production. On appelle x le montant des investissements en millions d'euros et y la quantité produite en milliers d'unités. On admet que le bénéfice B de cette entreprise, exprimé en millions d'euros, est modélisé par la fonction B définie par $B(x; y) = x^2 ye^{-x}$.

Voici une vue de la surface S d'équation $z = x^2 ye^{-x}$, avec x élément de l'intervalle $[0; 5]$ et y élément de l'intervalle $[0; 10]$, dans un repère orthogonal de l'espace.



1. Déterminer par lecture graphique le montant des investissements et la valeur de la production qui permettent d'obtenir un bénéfice maximal quand x appartient à l'intervalle $[0; 5]$ et y appartient à l'intervalle $[0; 10]$. Calculer la valeur correspondante de ce bénéfice.
2.
 - a. Sur la figure ci-dessus, on a placé le point A appartenant à la surface (S) , ayant pour abscisse $x_A = 1$ et pour ordonnée $y_A = 8$. Calculer la troisième coordonnée z_A du point A .
 - b. Sur la figure ci-dessus, on a placé le point E appartenant à la surface S , ayant pour abscisse $x_E = 2$ et pour troisième coordonnée $z_E = z_A$. Calculer la valeur exacte y_E de l'ordonnée du point E .
3. Quelle est la nature de l'intersection de la surface S avec le plan d'équation $x = 1$? Justifier. Tracer cette intersection dans un plan muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm, y appartenant à l'intervalle $[0; 10]$. Déterminer, à l'euro près, le montant en euros du bénéfice maximal réalisé par l'entreprise quand le montant des investissements est fixé à 1 million d'euros.
4. Déterminer une équation de la courbe d'intersection de la surface S avec le plan d'équation $y = 10$. Expliquer alors comment retrouver le résultat de la question 1.

L'espace est muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

La figure de l'annexe représente un pavé droit ; le point O est le milieu de [AD].

Soit P le milieu du segment [EF].

1.
 - a. Quel ensemble de points de l'espace a pour équation $z = 2$?
 - b. Déterminer une équation du plan (ABF).
 - c. En déduire un système d'équations qui caractérise la droite (EF).
2.
 - a. Quelles sont les coordonnées des points A, G et P ?
 - b. Placer sur la figure le point Q de coordonnées $(0 ; 0,5 ; 0)$.
 - c. Déterminer une équation cartésienne du plan (APQ).
3.
 - a. Construire sur la figure les segments [PQ] et [AG].
 - b. Le point G appartient-il au plan (APQ) ? Justifier.
4. On construit la figure précédente à l'aide d'un logiciel de géométrie, puis on demande au logiciel de représenter le point d'intersection des droites (AG) et (PQ). Quelle pourrait être la réponse de l'ordinateur ?

