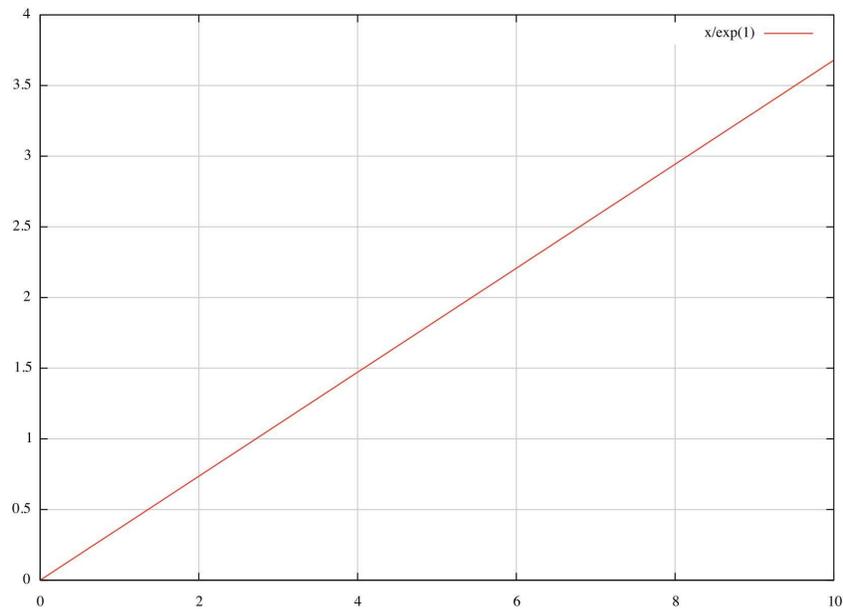


## L'étude

1. Par lecture graphique, le montant des investissements et la valeur de la production qui permettent d'obtenir un bénéfice maximal, quand  $x$  appartient à l'intervalle  $[0 ; 5]$  et  $y$  appartient à l'intervalle  $[0 ; 10]$ , sont donnés par  $y = 10$  et  $x = 2$ . Soit un investissement de 2 millions d'euros et une production de 10 000 unités. Le calcul donne  $z \approx 5,4$  donc le bénéfice vaut alors environ 5,4 millions d'euros.
2. a) La cote du point A :  $z_A = 8e^{-1}$ .  
b) Le point E a pour abscisse  $x_E = 2$  et pour cote  $z_E = z_A = 8e^{-1}$ . La valeur exacte de l'ordonnée :  $y_E = 2e$ .
3. L'intersection de la surface S avec le plan d'équation  $x = 1$  est une droite car alors  $z = ye^{-1}$  donc  $z$  est fonction linéaire de  $y$ . À l'euro près, le montant en euros du bénéfice maximal réalisé par l'entreprise quand le montant des investissements est fixé à 1 million d'euros vaut 3 678 794 euros.
4. Équation de la courbe d'intersection de la surface S avec le plan d'équation  $y = 10$  :  $z = 10x^2e^{-x}$ . Pour retrouver le maximum, nous dérivons cette fonction de  $x$  :  $z'(x) = -10(x-2)xe^{-x}$ . Cette dérivée s'annule pour  $x = 2$  comme nous l'avions lu sur le graphique.



1. a) L'ensemble de points de l'espace qui a pour équation  $z = 2$  est le plan horizontal qui passe par EFGH.  
 b) Une équation du plan ABF est une équation de plan vertical parallèle au plan de base  $(O, \vec{j}, \vec{k})$  et passant par l'abscisse 1 donc  $x = 1$ .  
 c) Un système d'équations qui caractérise la droite EF est donné par :  $x = 1$  et  $z = 2$  car cette droite est la droite d'intersection des deux plans précédents.
2. a) Coordonnées des points : A(1 ; 0 ; 0), G (-1 ; 1 ; 2) et P (1 ; 0,5 ; 2).  
 b) Voir sur la figure le point Q de coordonnées (0 ; 0,5 ; 0).  
 c) Une équation cartésienne du plan APQ est de la forme  $ax + by + cz + d = 0$ . Nous savons que ce plan passe par A, P et Q donc les coordonnées de ces points vérifient l'équation et nous donnent un système d'équations :
  - en A :  $a + d = 0$ ;
  - en P :  $a + 0,5b + 2c + d = 0$ ;
  - en Q :  $0,5b + d = 0$ .
 Nous obtenons :  $a = -d$ ,  $b = -2d$  et  $c = 0,5d$  ( $a$ ,  $b$  et  $c$  sont exprimés en fonction de  $d$  car il y a une lettre inconnue de plus que d'équations). Posons  $d = -1$ , le système aura pour solution  $a = 1$ ,  $b = 2$ ,  $c = -0,5$  et  $d = -1$ . Donc l'équation calculée sera :
 
$$x + 2y - 0,5z - 1 = 0$$
3. a) Voir sur la figure les segments PQ et AG.  
 b) Le point G n'appartient pas au plan APQ car en remplaçant les coordonnées de G dans l'équation :  $-1 + 2 \times 1 - 0,5 \times 2 - 1 = -1$  et non pas 0.
4. Si on construit la figure précédente à l'aide d'un logiciel de géométrie, puis qu'on demande au logiciel de représenter le point d'intersection des droites AG et PQ, la réponse de l'ordinateur pourrait être un message d'erreur : "j'peux pas".

