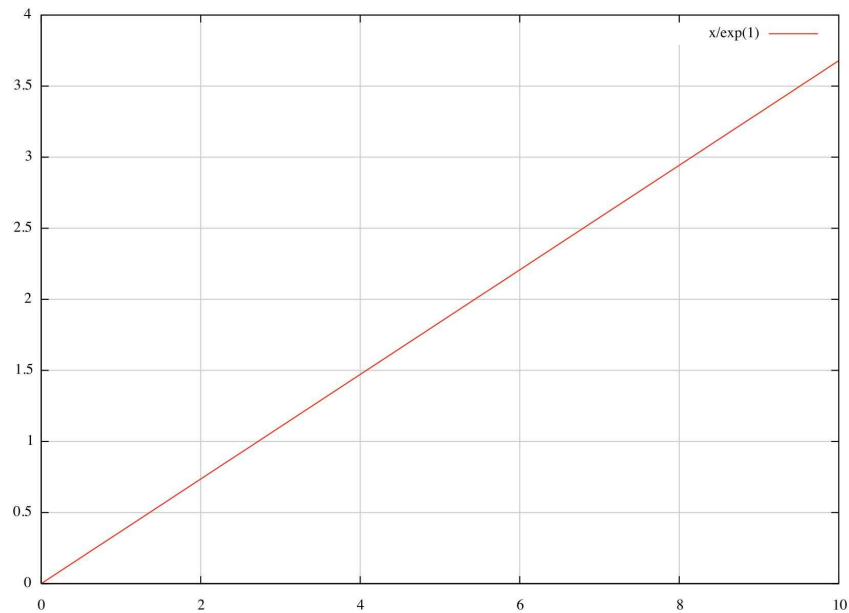


L'étude

1. Par lecture graphique, le montant des investissements et la valeur de la production qui permettent d'obtenir un bénéfice maximal, quand x appartient à l'intervalle $[0 ; 5]$ et y appartient à l'intervalle $[0 ; 10]$, sont donnés par $y = 10$ et $x = 2$. Soit un investissement de 2 millions d'euros et une production de 10 000 unités. Le calcul donne $z \approx 5,4$ donc le bénéfice vaut alors environ 5,4 millions d'euros.
2. a) La cote du point A : $z_A = 8e^{-1}$.
b) Le point E a pour abscisse $x_E = 2$ et pour cote $z_E = z_A = 8e^{-1}$. La valeur exacte de l'ordonnée : $y_E = 2e$.
3. L'intersection de la surface S avec le plan d'équation $x = 1$ est une droite car alors $z = ye^{-1}$ donc z est fonction linéaire de y . À l'euro près, le montant en euros du bénéfice maximal réalisé par l'entreprise quand le montant des investissements est fixé à 1 million d'euros vaut 3 678 794 euros.
4. Équation de la courbe d'intersection de la surface S avec le plan d'équation $y = 10$: $z = 10x^2e^{-x}$. Pour retrouver le maximum, nous dérivons cette fonction de x : $z'(x) = -10(x-2)xe^{-x}$. Cette dérivée s'annule pour $x = 2$ comme nous l'avions lu sur le graphique.



1. a) L'ensemble de points de l'espace qui a pour équation $z = 2$ est le plan horizontal qui passe par EFGH.
 b) Une équation du plan ABF est une équation de plan vertical parallèle au plan de base (O, \vec{j}, \vec{k}) et passant par l'abscisse 1 donc $x = 1$.
 c) Un système d'équations qui caractérise la droite EF est donné par : $x = 1$ et $z = 2$ car cette droite est la droite d'intersection des deux plans précédents.
2. a) Coordonnées des points : A(1 ; 0 ; 0), G (-1 ; 1 ; 2) et P (1 ; 0,5 ; 2).
 b) Voir sur la figure le point Q de coordonnées (0 ; 0,5 ; 0).
 c) Une équation cartésienne du plan APQ est de la forme $ax + by + cz + d = 0$. Nous savons que ce plan passe par A, P et Q donc les coordonnées de ces points vérifient l'équation et nous donnent un système d'équations :
 - en A : $a + d = 0$;
 - en P : $a + 0,5b + 2c + d = 0$;
 - en Q : $0,5b + d = 0$.
 Nous obtenons : $a = -d$, $b = -2d$ et $c = 0,5d$ (a , b et c sont exprimés en fonction de d car il y a une lettre inconnue de plus que d'équations). Posons $d = -1$, le système aura pour solution $a = 1$, $b = 2$, $c = -0,5$ et $d = -1$. Donc l'équation calculée sera :

$$x + 2y - 0,5z - 1 = 0$$
3. a) Voir sur la figure les segments PQ et AG.
 b) Le point G n'appartient pas au plan APQ car en remplaçant les coordonnées de G dans l'équation : $-1 + 2 \times 1 - 0,5 \times 2 - 1 = -1$ et non pas 0.
4. Si on construit la figure précédente à l'aide d'un logiciel de géométrie, puis qu'on demande au logiciel de représenter le point d'intersection des droites AG et PQ, la réponse de l'ordinateur pourrait être un message d'erreur : "j'peux pas".

