Baccalauréat ES - Préparation Jean ZAY

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Géométrie dans l'espace **55 minutes**

L'espace est muni d'un repère orthonormal représenté sur le document de l'annexe ci-jointe. Le plan $\mathscr{R}$ est représenté par ses traces sur les plans de coordonnées (plans de base) ; il a pour équation : $x + z = 2$.

1. On donne les points A, B, C définis par leurs coordonnées respectives : A(6 ; 0 ; 0), B(0 ; 3 ; 0) et C(0 ; 0 ; 6).
   (a) Placer les points A, B, C dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ et tracer le triangle ABC.
   (b) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
   (c) Soit $\vec{n}$ le vecteur de coordonnées $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Montrer que $\overrightarrow{AB}$ et $\vec{n}$ sont orthogonaux, tout comme $\overrightarrow{AC}$ et $\vec{n}$. En déduire que le vecteur $\vec{n}$ est orthogonal au plan $\mathscr{P}$ passant par A, B et C.
   Rappel : dire que le vecteur $\vec{u} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ est orthogonal au vecteur $\vec{v} = \begin{pmatrix} a' \\ b' \\ c' \end{pmatrix}$ équivaut à $aa' + bb' + cc' = 0$.
   (d) Vérifier que le plan $\mathscr{P}$ a pour équation $x + 2y + z = 6$.

2. On a placé dans le repère les points G, E et F à coordonnées entières. Le point G est situé sur l'axe $(0 ; \vec{\jmath})$ le point E dans le plan $\left(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ et le point F dans le plan $\left(O ; \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$. Le plan $\mathscr{Q}$ passant par les points G, E et F est parallèle au plan $(0 ; \vec{\imath}, \vec{k})$.
   (a) Donner l'équation du plan $\mathscr{Q}$.
   (b) Donner les coordonnées des points G, E et F.
   (c) Parmi les points E, F et G, quels sont ceux situés dans le plan $\mathscr{P}$?
   (d) Quelle est la nature de l'ensemble des points M dont les coordonnées $(x ; y ; z)$ vérifient le système
   $$\left\{\begin{array}{rcl} y &=& 2 \\ x + 2y + z &=& 6 \end{array}\right.$$
   (e) Représenter cet ensemble sur le graphique ci-après.

3. On considère le système $\mathscr{S}$ de trois équations à trois inconnues x, y, z qui suit. Quel est l'ensemble des points du plan $\mathscr{R}$ dont les coordonnées sont les solutions du système $\mathscr{S}$?
$$\left\{\begin{array}{rcl} x + z &=& 2 \\ y &=& 2 \\ x + 2y + z &=& 6 \end{array}\right.$$