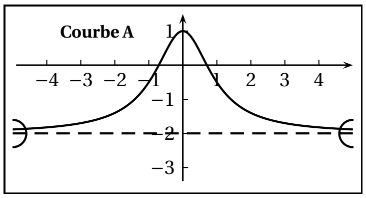
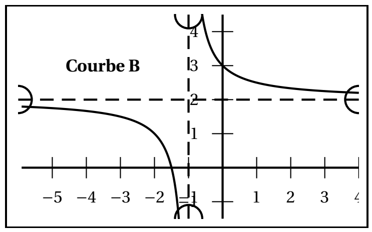
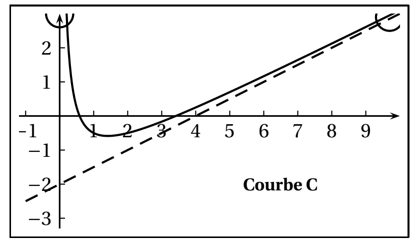
Exercice 1 : Lectures de graphiques *7 point(s)*

Sur les graphiques, nous lisons :

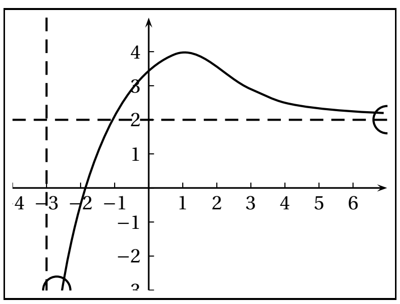
- Courbe A : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -2$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -2$.
  Donc asymptote horizontale ($y = -2$) aux deux infinis ;
- Courbe B : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 2$; $\lim\limits_{x\to-1,\,x<-1} f(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x\to-1,\,x>-1} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 2$.
  Donc asymptote verticale ($x = -1$) et, aux deux infinis, asymptote horizontale ($y = 2$) ; ;
- Courbe C : $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.
  Il y a une asymptote verticale en ($x = 0$) et une asymptote oblique d'équation ($y = \dfrac{1}{2}x - 2$).







Exercice 2 : Lecture de tableau de variations *4 point(s)*



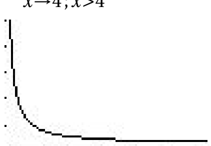
1. La courbe.
2. • Nous constatons la présence d'une double barre donc la fonction n'est pas définie en -3. La limite lue sur le tableau : $\lim\limits_{x\to-3} f(x) = -\infty$; il y a donc une asymptote verticale : ($x = -3$).

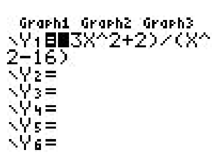
   • À l'infini se lit la seconde limite : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 2$; il y a donc une asymptote horizontale : ($y = 2$).

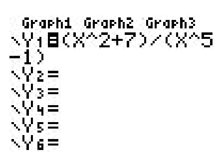
Exercice 3 : Détermination de limites par le calcul ou avec la calculatrice *6 point(s)*

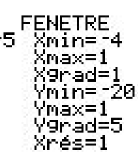
1. Nous utilisons les deux théorèmes de cours sur les limites à l'infini : pour les polynômes et pour les quotients de polynômes.
   - $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} (-x^5) = +\infty$ car l'exposant 5 est impair ;
   - $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{3x^2}{x^2}\right) = 3$;
   - $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{-2x^3}{x^2}\right) = \lim\limits_{x\to+\infty} (-2x) = -\infty$;
   - $\lim\limits_{x\to-\infty} k(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \left(\dfrac{x^2}{x^5}\right) = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1}{x^3} = 0$.
2. • $\lim\limits_{x\to 4;\,x>4} g(x) = +\infty$

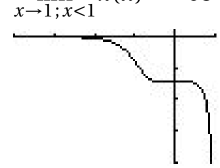
   • $\lim\limits_{x\to 1;\,x<1} k(x) = -\infty$











Exercice 4 : Détermination d'asymptote à une courbe *3 point(s)*

La fonction f est définie par $f(x) = -2x + 5 + \dfrac{1}{x^2}$: elle est de la forme : $f(x) = mx + p + r(x)$.

Nous lisons donc que l'équation de l'asymptote est $y = -2x + 5$ et que $r(x) = \dfrac{1}{x^2}$. De plus $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{1}{x^2}\right) = 0$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty} r(x) = 0$. L'existence de l'asymptote est ainsi démontrée.

Un carré est positif donc

x	4	$+\infty$
signe de $1/x^2$	+	

: le reste $r(x)$ est positif. La courbe est par conséquent au-dessus de l'asymptote.