

Partie A - Les contraintes

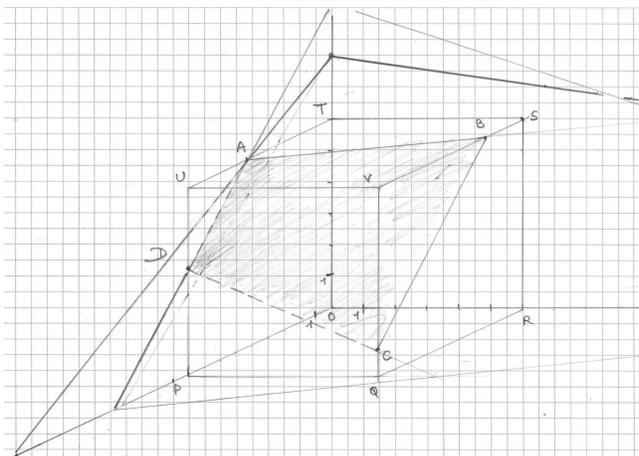
1. Les nombres x, y et z expriment des quantités en milliers donc par exemple un production de moins de 9 000 devient $0 \leq x \leq 9$. La vente de x milliers d'ours rapporte $450x \text{ €}$. La recette totale doit dépasser 6 000 € ce qui s'exprime par $450x + 225y + 600z \geq 6000$ qui équivaut, après division par 75, à $6x + 3y + 8z \geq 80$.
2. Exprimés en peluches, ces productions sont possibles.

Partie B - Le polyèdre des contraintes.

1. Construction de A, T, S, B, C, D, P, Q, R, O : un pavé et un plan sécant. Pour calculer les intersections, on remplace selon le cas, x, y ou z par les coordonnées des arêtes :

- $y = 0$ et $z = 6$ donne $x = \frac{16}{3}$: A;
- $x = 9$ et $y = 6$ donne $z = 1$: C;
- $y = 6$ et $z = 6$ donne $x = \frac{7}{3}$: B;
- $x = 9$ et $y = 0$ donne $z = 3,25$: D.

2. Il faut chercher au-dessus du plan ABCD défini par $6x + 3y + 8z \geq 80$ mais dans le pavé... On obtient ainsi le pentaèdre ABCDUV.



Partie C - Le coût de production.

1. Le coût de production, en tenant compte des quantités exprimées en milliers, correspond à : $C(x,y,z) = 320x + 120y + 800z$ donc $C(x,y,z) = 40(8x + 3y + 20z)$
2. Les points correspondants à un coût de 6 400 € sont situés sur le plan $C(x,y,z) = 6400 = 40 \times 160$.
3. Seules les productions dans le pentaèdre sont possibles.
4. Voir figure.
5. Une production correspondant à un coût de 6 400 € est possible car nous constatons qu'en A le coût est de 6 507 € et qu'en B il est de 6 267 €. Par conséquent, nous déduisons qu'il existe un point de [AB] tel que le coût soit de 6 400 €.

Points	abs.	ord.	cote	Possible?	CA= $6x + 3y + 8z$	CP= $8x + 3y + 20z$	CA €	CP €	Bén. €
O	0	0	0	non	0	0	0	0	0
P	9	0	0	non	54	72	4050	2880	1170
Q	9	6	0	non	72	90	5400	3600	1800
R	0	6	0	non	18	18	1350	720	630
S	0	6	6	non	66	138	4950	5520	-570
T	0	0	6	non	48	120	3600	4800	-1200
U	9	0	6	oui	102	192	7650	7680	-30
V	9	6	6	oui	120	210	9000	8400	600
A	$\frac{16}{3}$	0	6	oui	80	163	6000	6507	-507
B	$\frac{7}{3}$	6	6	oui	80	157	6000	6267	-267
C	9	6	1	oui	80	110	6000	4400	1600
D	9	0	3,25	oui	80	137	6000	5480	520

Partie D - Le bénéfice.

1. Voir le tableau.
2. Voir le tableau.
3. Nous calculons sur le pentaèdre des productions possibles : le bénéfice maximal de 1600 € s'obtient au point C (9,6,1) donc pour 9 000 ours, 6 000 requins et 1 000 albatros.