LES SEPT MESSAGERS

LES QUESTIONS

1. Pour comprendre le déroulement des premières missions de Barthélémy, de Caius et de la caravane, un petit tableau s'impose. Pour faciliter les calculs, je prends 4 et 6 lieues par jour. Les distances sont comptées à partir de la ville.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
1	Jour	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17			
2	Caravane	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68			
3	Barthélémy	4	8	12	6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72			
4																					
5	Jour	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
6	Caravane	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68	72	76	80
7	Caius	4	8	12	16	10	4	2	8	14	20	26	32	38	44	50	56	62	68	74	80

Nous pouvons donc compléter le texte :

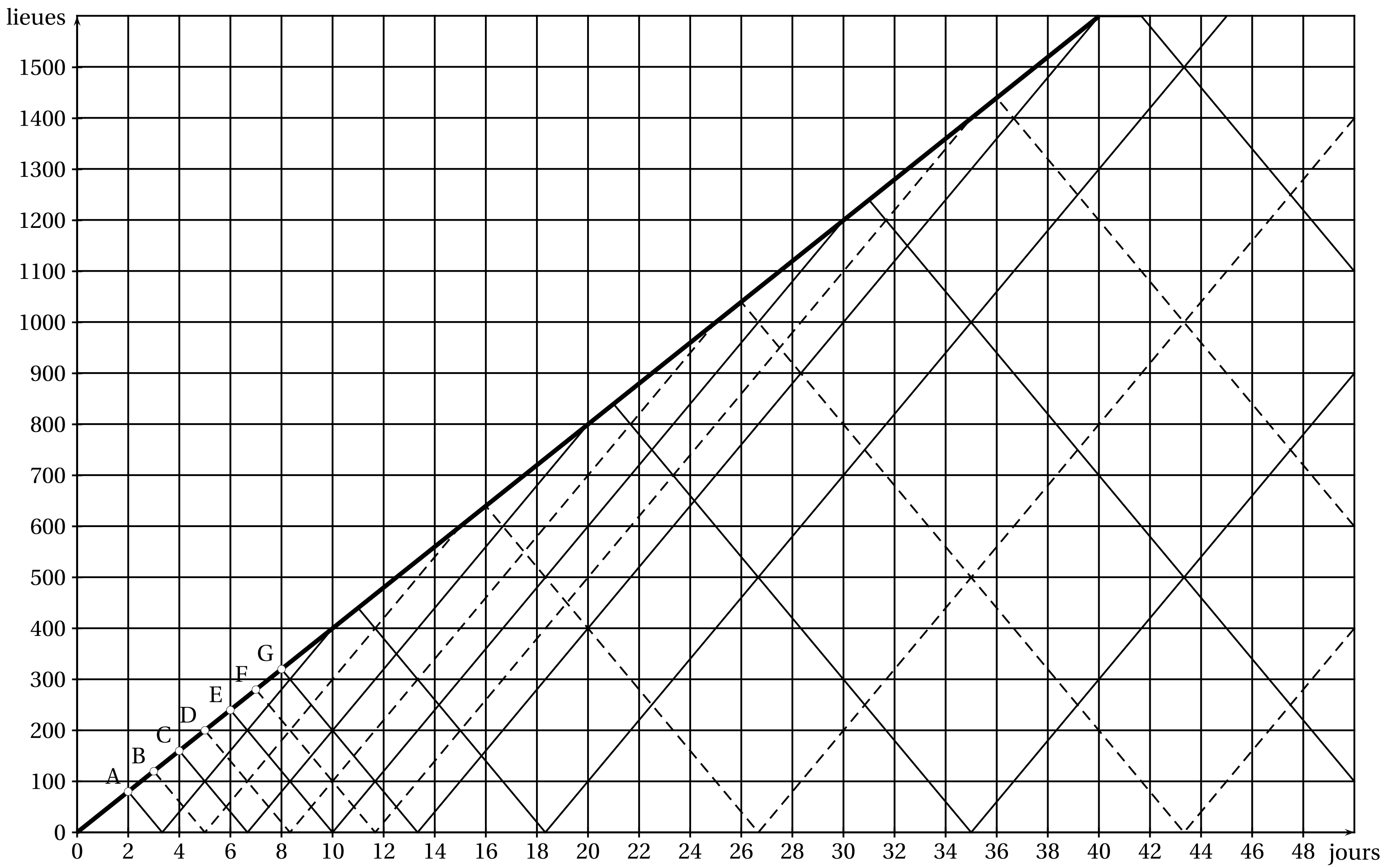
Il en fut de même pour les autres. Barthélémy, parti en direction de la ville le troisième soir de notre voyage, nous rejoignit au bout **du quinzième jour** ; Caius, parti le quatrième jour, fut seulement de retour le **vingtième**. Je compris vite qu'il suffisait de multiplier par **cinq** les jours passés jusque-là pour connaître la date du retour de chaque messager.

2. Les dates successives de départ et de retour au camp des sept messagers pendant les cinq premières années (donc environ 1 800 jours).

	A	B	C	D	E	F	G
Départ	2	3	4	5	6	7	8
Retour	10	15	20	25	30	35	40
Départ	11	16	21	26	31	36	41
Retour	55	80	105	130	155	180	205
Départ	56	81	106	131	156	181	206
Retour	280	405	530	655	780	905	1030
Départ	281	406	531	656	781	906	1031
Retour	1405	2030	2655	3280	3905	4530	5155
Départ	1406	2031	2656	3281	3906	4531	5156

3. Pour démontrer, nous devons construire une argumentation qui va au-delà du simple constat. Supposons qu'un messager parte au soir du énième jour et rejoigne l'expédition k soirs après, donc au soir du $(k+n)^{\text{e}}$ jour. Examinons les distances parcourues : au soir du énième jour, la caravane était à $40 \times n$ lieues de la ville et k jours plus tard à $40 \times (n+k)$ lieues. Le messager doit parcourir ces deux distances donc $40 \times (2n+k)$ lieues en k jours soit une distance de $60 \times k$ lieues. Il va de soi que ces deux façons de calculer la distance parcourue par le messagers définissent une même distance… c'est à dire une égalité : $40 \times (2n+k) = 60 \times k$ avec des inconnues, c'est une équation. Nous simplifions : $80n = 20k$ donc $k = 4n$ et $n+k = 5n$ donc, si le messager part le n^{e} jour, il revient le $(5n)^{\text{e}}$ jour.

4. Quand une échelle est donnée, elle est impérative. Nous savons que la caravane évolue à vitesse constante en fonction du nombre de jours, cela définit une fonction linéaire :
$d(n) = 40n$ donc une droite… qui passe par l'origine et par exemple par le point $(20\ ; 800)$.
De plus, les messagers vont tous à la même vitesse (60 lieues par jour), cela se représente par des droites parallèles car les fonctions affines modélisant le trajet des messagers ont un même coefficient directeur : -60 pour le retour vers la ville et 60 pour le trajet vers la caravane. La représentation graphique :


lieues
1500
1400
1300
1200
1100
1000
900
800
700
600
500
400
300
200
100
0
A
B
C
D
E
F
G
0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26 28 30 32 34 36 38 40 42 44 46 48
jours