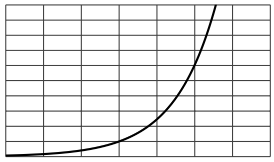
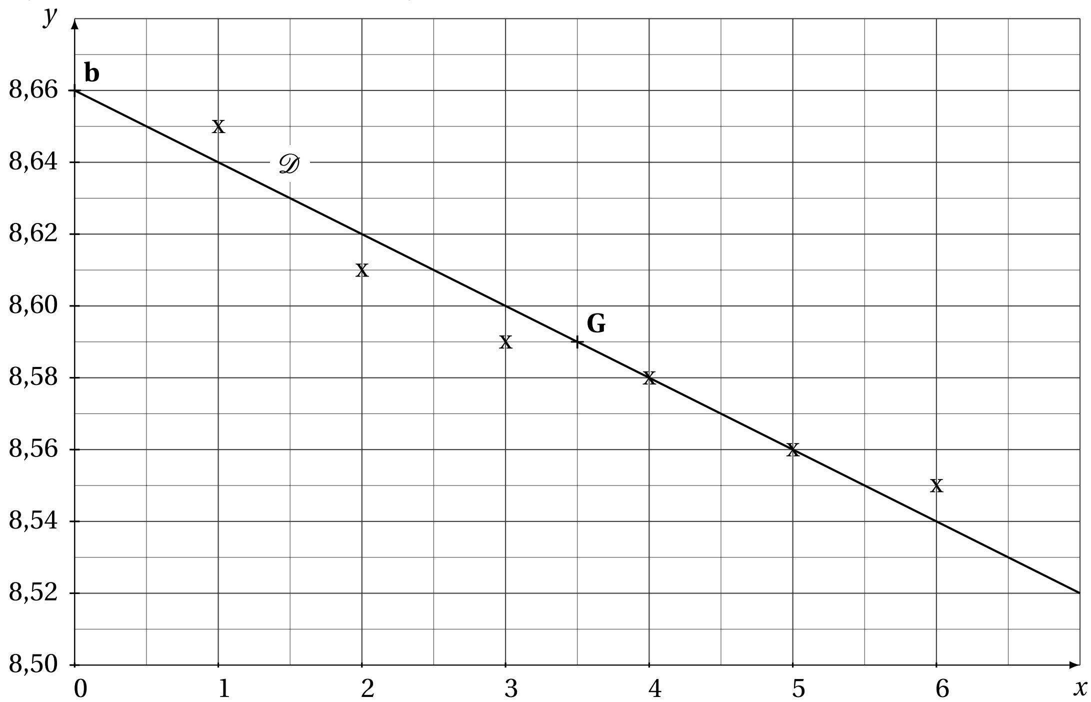
Exercice 1 **6 points**

QUESTIONS	RÉPONSES
1. Si $a \in]0\,;1[$ alors $\lim\limits_{x\to+\infty} a^x$ est égale à :  regardons la courbe...	☐ 0 ☑ $+\infty$ ☐ $-\infty$
2. Une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $x \to x\mathrm{e}^{x^2}$: il faut avoir en tête les formules de dérivation... $k\mathrm{e}^u \vert u'\, k\mathrm{e}^u$ avec u : $x^2 \vert u'$: $2x$	☐ $x \to x\mathrm{e}^{x^2}$ ☐ $x \to 2x\mathrm{e}^{x^2}$ ☑ $x \to \frac{1}{2}\mathrm{e}^{x^2}$
3. $\mathrm{e}^{-2\ln(5)}$ est égal à : $5^{-2} = \frac{1}{5^2}$	☑ $\frac{1}{25}$ ☐ -25 ☐ $\frac{5}{2}$
4. L'équation $\mathrm{e}^{2x} = 5\mathrm{e}$ a pour solution : $\ln\left(\mathrm{e}^{2x}\right) = \ln(5e)$ ou encore $2x = \ln(5) + \ln(\mathrm{e})$	☐ $x = \ln\left(\frac{5}{2}\right)$ ☐ $x = \frac{1}{2}\ln(5)$ ☑ $x = \frac{1}{2}(\ln(5)+1)$

Exercice 2 **7 points**

Le nuage transformé par la fonction logarithme :



Année	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Rang x_i de l'année	1	2	3	4	5	6
Nombre y_i de pots de plantes (par milliers)	5 702	5 490	5 400	5 319	5 200	5 180
$z_i = \ln(y_i)$	8,65	8,61	8,59	8,58	8,56	8,55

Pour ce nuage de points (vu sur la figure du sujet), un ajustement affine ne semble effectivement pas adapté : il n'est pas du *type rectiligne* mais plutôt du *type exponentiel.*

1/ On pose $z_i = \ln(y_i)$.

a/ Voir le tableau.

b/ Voir le nuage.

2/ **a/** Avec la calculatrice, on obtient : $z = -0{,}02x + 8{,}66$.

b/ Pour tracer la droite, je joins b (0 ; 8,66) et G (3,5 ; 8,59).

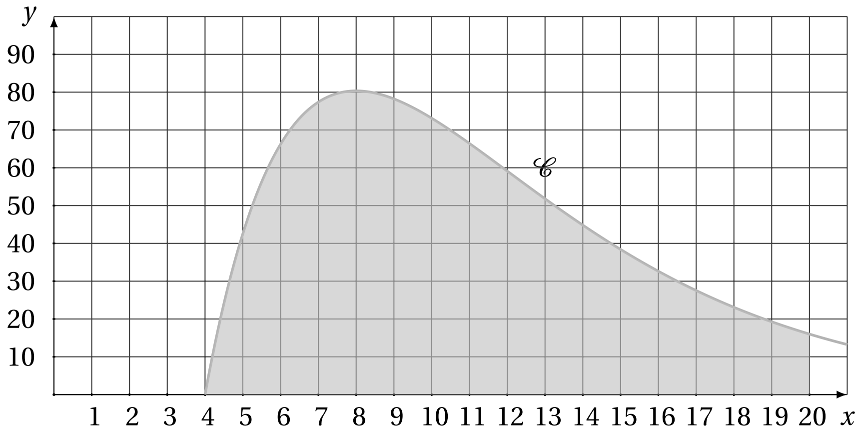
c/ Partant de $z = \ln(y)$, nous obtenons $y = \mathrm{e}^z$. Donc $\mathrm{A} = \mathrm{e}^b \approx 5768$ et $\mathrm{B} = a = -0{,}02$.

3/ Partant de l'ajustement précédent :

a/ $2007 = 1998 + 9$ donc $x = 9$ et $y = 5768 \times \mathrm{e}^{-0{,}02\times 9} = 4817$ soit 4 817 milliers de pots seraient vendus en 2007.

b/ Nous devons résoudre l'équation : $5768\,\mathrm{e}^{-0{,}02x} = 0{,}5 \times 5702$, soit encore $-0{,}02\,x = \ln(2851) - \ln(5768)$. D'où $x \approx 35{,}23$, le passage à moitié se produirait en 2 033.

Exercice 3 **7 points**



1/ Le calcul de la dérivée :

e^{ax+b}	$a\,\mathrm{e}^{ax+b}$
$u : x-4$	$u' : 1$
$v : \mathrm{e}^{-0{,}25x+5}$	$v' : -0{,}25\,\mathrm{e}^{-0{,}25x+5}$
$u \times v$	$u'\,v + v' \times u$
$f(x)$	$\mathrm{e}^{-0{,}25x+5} + (x-4) \times (-0{,}25)\,\mathrm{e}^{-0{,}25x+5}$
	$f'(x) = (-0{,}25x+2)\,\mathrm{e}^{-0{,}25x+5}$

2/ L'exponentielle est toujours positive donc la fonction dérivée est du signe de $(-0{,}25x+2)$.

x	4		8		20
signe de $f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$	0	↗	80,3	↘	16

3/ Avec la primitive :

a/ Voir sur la figure.

b/ Par définition du cours : $\displaystyle\int_4^{20} f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{F}(20) - \mathrm{F}(4) = (-873{,}6) - (-80) = 793{,}6$.

c/ Pour calculer la valeur moyenne de f sur $[4\,;20]$, nous utilisons la formule de la valeur moyenne :

$$\frac{1}{20-4}\int_4^2 0(x-4)\,\mathrm{e}^{-0{,}25x+5} = \frac{1}{16}793{,}6 = 49{,}6.$$

d/ Une unité d'aire vaut : $0{,}75 \times \dfrac{0{,}75}{10} = 0{,}5625\ \mathrm{cm}^2$

donc l'aire du domaine grisé vaut $793{,}6 \times 0{,}5625 = 44{,}6\ \mathrm{cm}^2$.