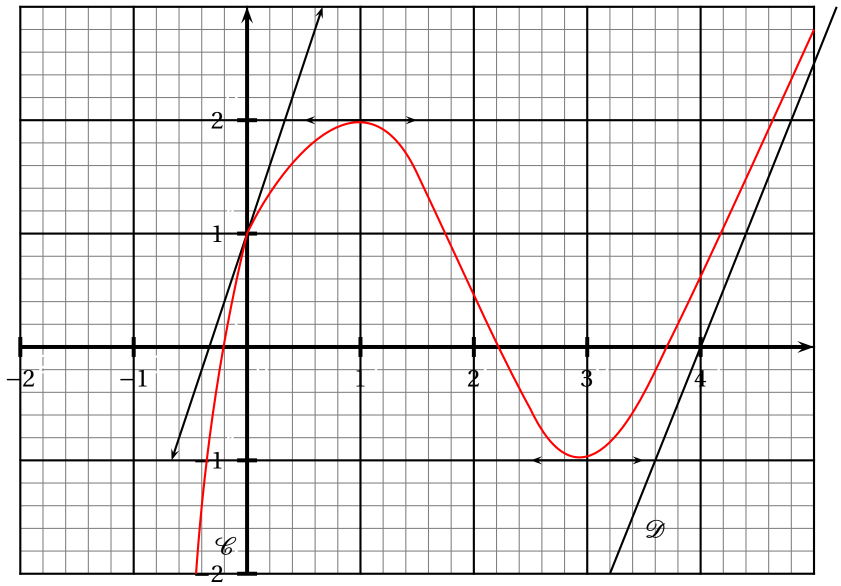
EXERCICE : LIBAN - JUIN 2006 **5 points**

La courbe $\mathscr{C}$ donnée ci-dessous est la représentation graphique, dans un repère orthonormal, d'une fonction f définie et dérivable sur $]-1~;~+\infty[$. On sait que la fonction f est croissante sur $]-1~;~1]$ et sur $[3~;~+\infty[$ et que la droite $\mathscr{D}$ est asymptote à $\mathscr{C}$ en $+\infty$.



I. Étude graphique de la fonction f

Chaque question comporte trois affirmations, une seule des trois est exacte. Indiquer sur votre copie le numéro de la question et recopier l'affirmation exacte sans justifier votre choix. Une bonne réponse rapporte 0,5 point ; une mauvaise réponse retire 0,25 point ; l'absence de réponse donne 0 point.

QUESTIONS	RÉPONSES
1. Une asymptote à $\mathscr{C}$ est la droite d'équation :	☐ $y = -1$ ☐ $x = 1$ ☐ $x = -1$
2. La droite $\mathscr{D}$ a pour équation :	☐ $y = \dfrac{5}{2}x - 10$ ☐ $y = \dfrac{5}{2}x - 9$ ☐ $y = 3x - 10$
3. Le nombre dérivé de f en 0 est :	☐ 1 ☐ 3 ☐ -3
4. Le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ sur $]-1~;~+\infty[$ est :	☐ 1 ☐ 2 ☐ 3

II. Étude d'une fonction g

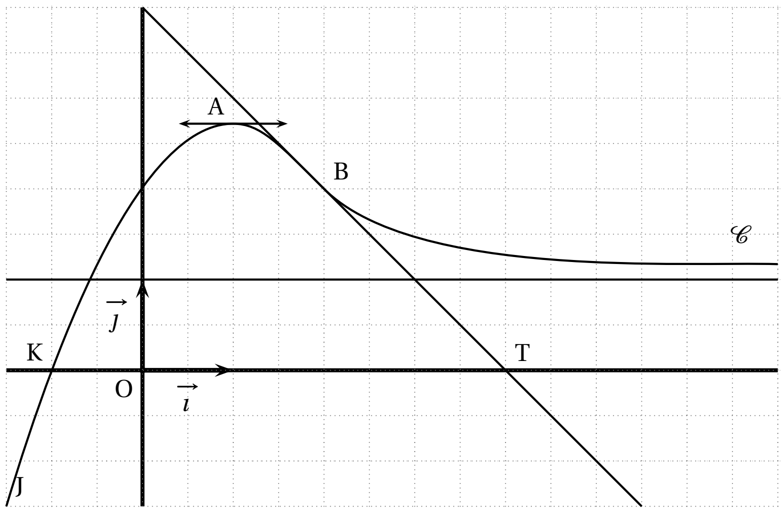
On note g la fonction définie sur $]-1~;~+\infty[$ par $g(x) = \exp[f(x)]$.

1. Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$, puis $\lim\limits_{x \to -1} g(x)$.
2. Étudier les variations de g sur $]-1~;~+\infty[$ et en dresser le tableau de variations.
3. Déterminer $g'(1)$ et $g'(0)$.
4. Déterminer, avec la précision permise par le graphique, l'ensemble des solutions sur $]-1~;~+\infty[$ de l'inéquation $g(x) \leqslant \mathrm{e}^2$.

EXERCICE : ANTILLES-GUYANE - SEPT 2005 *5 points*

Sur la figure ci-dessous, on a tracé la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f dérivable sur $\left[-\frac{3}{2}\ ;\ +\infty\right[$.

- Les points $J\left(-\frac{3}{2}\ ;\ -\frac{3}{2}\right)$, $K(-1\ ;\ 0)$, $A(1\ ;\ e)$ et $B(2\ ;\ 2)$ sont des points de $\mathscr{C}$;
- La tangente à $\mathscr{C}$ en A est parallèle à l'axe des abscisses.
- La tangente à $\mathscr{C}$ en B passe par $T(4\ ;\ 0)$.
- La droite d'équation $y = 1$ est asymptote à $\mathscr{C}$ en $+\infty$.
- La fonction f est strictement croissante sur $\left[-\frac{3}{2}\ ;\ 1\right[$ et strictement décroissante sur $[1\ ;\ +\infty[$.



1. **a.** Donner les valeurs de $f\left(-\frac{3}{2}\right)$, $f(-1)$, $f(1)$, $f(2)$ ainsi que la limite de f en $+\infty$.

   b. Donner, en justifiant vos réponses., les nombres $f'(1)$ et $f'(2)$.

2. Soit g la fonction définie par $g(x) = \ln[f(x)]$ et Γ sa représentation graphique.

   a. Déterminer l'intervalle I de définition de g. Calculer les limites de g en -1 et en $+\infty$.
   En déduire les asymptotes à la courbe Γ en précisant une équation pour chacune d'elles.

   b. Exprimer $g'(x)$ à l'aide de $f(x)$ et $f'(x)$. En déduire le tableau de variations de g.

   c. Déterminer $g(2)$ et $g'(2)$, puis une équation de la tangente à Γ au point B' d'abscisse 2.