Ce corrigé donne les réponses[1] mais ne constitue en rien une rédaction « idéale ».

Exercice 1.

1. Réponse B ;
2. Réponse C ;
3. a. Réponse C ;
   b. Réponse A.

Exercice 2.

Partie A :

1. L'équation de la droite d'ajustement s'écrit $y = ax + b$. La calculatrice donne : $a = 2\ 111{,}37$ et $b = 24\ 981{,}57$.
2. Pour 2 007, on peut prévoir une recette de $y = 2\ 111{,}37 \times 7 + 24\ 981{,}57 = 39\ 761$ millions d'euros.

Partie B :

1. Les recettes prévisibles selon ce modèle sont : $f(7) = \mathrm{e}^{10{,}13+0{,}07\times 7} = \mathrm{e}^{10{,}62} \approx 40\ 946$ millions d'euros.
2. Résolution de l'équation $\mathrm{e}^{10{,}13+0{,}07n} > 45\ 000$:

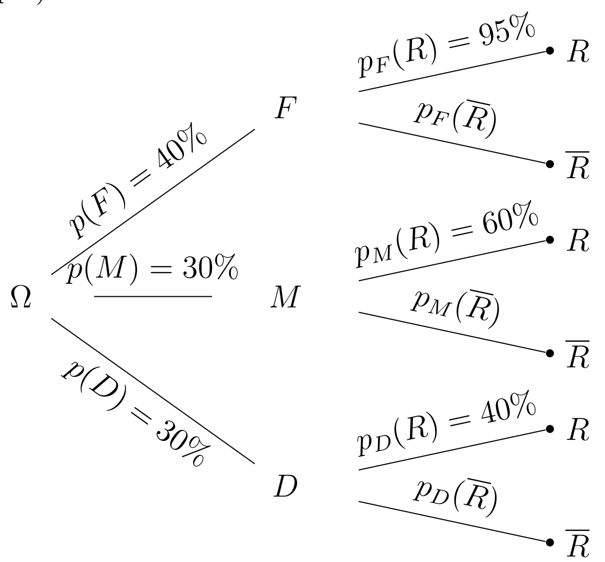
$$\begin{aligned} \mathrm{e}^{10{,}13+0{,}07n} > 45\ 000 &\iff \ln(\mathrm{e}^{10{,}13+0{,}07n}) > \ln(45\ 000) && \text{Car } \ln \text{ est strictement croissante sur } \mathbf{R}_+^* \\ &\iff 10{,}13 + 0{,}07n > \ln(45\ 000) && \ln(\mathrm{e}^x) = x \text{ pour tout } x \\ &\iff n > \frac{\ln(45\ 000) - 10{,}13}{0{,}07} \end{aligned}$$

   Or $\frac{\ln(45\ 000)-10{,}13}{0{,}07} \approx 8{,}35$ le nombre entier n à partir duquel $f(n) > 45\ 000$ est donc $n = 9$.
3. Selon ce modèle, les recettes touristiques de ce pays dépasseront 45 000 millions d'euros à partir de l'année 2 009.

Exercice 3.

On n'indique ici que les résultats des calculs. Des explications sont les bienvenues dans une copie ! L'écriture des nombres en pourcentage peut être remplacée par leur écriture décimale (95% = 0,95 par exemple).

1.



[1] Que le rédacteur espère justes. Sinon on considérera que c'est la fatigue accumulée suite aux cours dispensés aux TES3 du lycée Marlioz d'Aix les bains cette année qui lui aura fait commettre des erreurs. . .

2. a. $p(D \cap R) = p(D) \times p_D(R) = 30\% \times 40\% = 12\%$.
   b. $p(F \cap \overline{R}) = p(F) \times (1 - p_F(R)) = 40\% \times 5\% = 2\%$.
   c. $p(R) = p(D \cap R) + p(M \cap R) + p(F \cap R) = 12\% + 30\% \times 60\% + 40\% \times 95\% = 68\%$.
3. $p_{\overline{R}}(M) = \frac{p(\overline{R} \cap M)}{p(\overline{R})} = \frac{30\% \times (1-60\%)}{1-68\%} = 37{,}5\%$.
4. Calculons $p_R(F) = \frac{p(R \cap F)}{p(R)} = \frac{40\% \times 95\%}{68\%} \approx 56\%$. La petite soeur de Pierre fait une analyse vraie dans plus de la moitié des cas.

Exercice 4.
Partie 1 :

1. Pour étudier les variations de C_m, calculons sa dérivée et étudions son signe. C_m est dérivable sur son ensemble de définition et pour $x \in [0\,;\,10]$ on a :
   $C'_m(x) = 1 - 16\frac{1}{(x+1)^2}$ (le deuxième terme est de la forme $16 \times \frac{1}{u}$ donc sa dérivée est $-16 \times \frac{u'}{u^2}$).
   Donc $C'_m(x) = \frac{(x+1)^2-16}{(x+1)^2} = \frac{((x+1)-4)((x+1)+4)}{(x+1)^2} = \frac{(x-3)(x+5)}{(x+1)^2}$. On pouvait aussi développer le numérateur, calculer le Δ, … mais c'est « écraser une mouche avec un rouleau compresseur… ».
   Tableau de signes de C'_m et de variations de C_m :

x	0		3		10
$x-3$		$-$	0	$+$	
$x+5$		$+$		$+$	
$(x+1)^2$		$+$		$+$	
$C'_m(x)$		$-$	0	$+$	
C_m	16	$\searrow$	7	$\nearrow$	$\frac{126}{11}$

   $x-3=0 \iff x=3$ et $x-3>0 \iff x>3$
   Sur $[0\,;\,10]$, $x+3>0$.
   $C_m(0) = 0 + \frac{16}{1} = 16$
   $C_m(3) = 3 + \frac{16}{4} = 7$
   $C_m(10) = 10 + \frac{16}{11} = \frac{126}{11}$

2. Les primitives de C_m sur $[0\,;\,10]$ sont les fonctions C_k définies par :
   $$C_k(x) = \frac{x^2}{2} + 16\ln(x+1) + k, \text{où } k \in \mathbf{R}$$
   En effet sur $[0\,;\,10]$ on a $x+1>0$ donc une primitive de $\frac{1}{x+1}$ est de la forme $\ln(x+1)$.
   On a $C_k(0) = 0 \iff 0 + 16\ln(1) + k = 0$.
   Ainsi $k=0$ et la primitive cherchée est $C : x \mapsto \frac{x^2}{2} + 16\ln(x+1)$.

Partie 2 :

1. a. La quantité x produite pour que le bénéfice soit maximal est l'abscisse du point le plus haut de la courbe. D'où $x=7$.
   b. Le bénéfice est alors $B(7) = 9 \times 7 - 0{,}5 \times 7^2 - 16\ln(8) \approx 5{,}23$. Soit 523€.
2. a. Pour que le bénéfice soit positif ou nul, il faut que la quantité x produite corresponde aux abscisses des points de Γ situés au dessus de l'axe des abscisses. Il faut donc que $x \geq x_0$ avec $x_0 \in [2{,}5\,;\,3]$.
   b. On complète le tableau suivant :

x	2,8	2,9	2,84	2,85
$B(x)$	$-0{,}08$	$0{,}12$	-3×10^{-4}	$0{,}02$

   Et on obtient donc $x_0 \approx 2{,}84$.