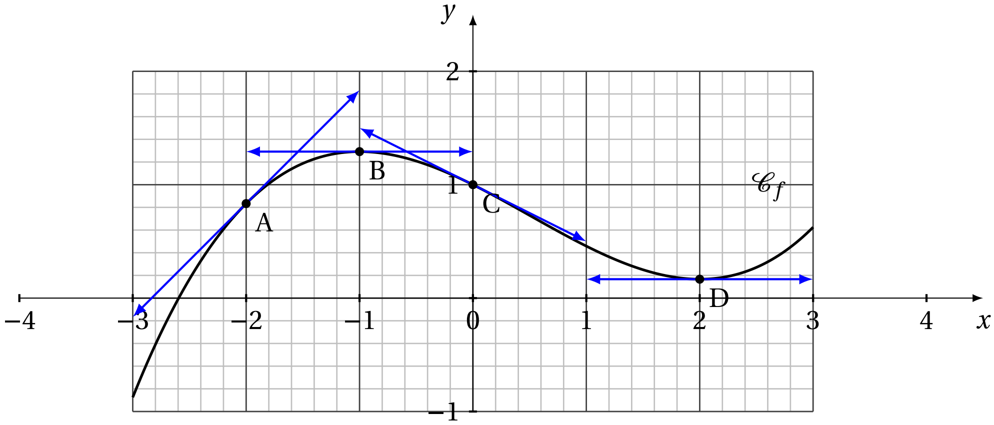
1. Savoir lire une représentation graphique

On peut lire ci-dessous la représentation graphique d'une fonction f définie sur $\mathscr{D}_f = [-3\,;3]$. Les tangentes en B et D sont horizontales.



1/ Déterminer graphiquement les valeurs de $f(0)$, $f'(-2)$, $f'(-1)$, $f'(0)$ et $f'(2)$.

2/ Justifier que l'équation réduite de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point C est donnée par $y = -\frac{1}{2}x + 1$.

3/ Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$ sur $\mathscr{D}_f$.

4/ Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geqslant 1$ sur $\mathscr{D}_f$.

2. Savoir étudier les variations d'une fonction économique

Le coût total de production de q milliers d'unités d'un jouet est donné, en euros, par :

$$\mathrm{C}(q) = 0{,}005\,q^3 - 1{,}5\,q^2 + 220\,q \qquad \text{avec} \qquad q \in [1\,;300]$$

1/ Calculer la fonction dérivée $\mathrm{C}'(q)$.

2/ Démontrer que le coût total est une fonction croissante sur [1 ; 300].

3/ On décide que la dérivée du coût total est une bonne approximation du coût marginal. Exprimer le coût marginal $\mathrm{C}_m(q)$.

4/ Calculer la dérivée de $\mathrm{C}_m(q)$.

5/ En déduire le tableau de signes de cette dérivée puis le tableau des variations de $\mathrm{C}_m(q)$.

6/ Pour quelle valeur q_m le coût marginal est-il le plus bas possible ?

7/ Calculer, en euros, le coût total de production de q_m milliers de jouets.

3. Savoir étudier et représenter graphiquement une fonction

On considère la fonction f définie sur [-5 ; 3] par

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x - \frac{20}{3}$$

et on désigne par $\mathscr{C}_f$ sa représentation graphique dans un repère orthogonal.

1/ Calculer $f'(x)$.

2/ Étudier, en le justifiant, le signe de $f'(x)$.

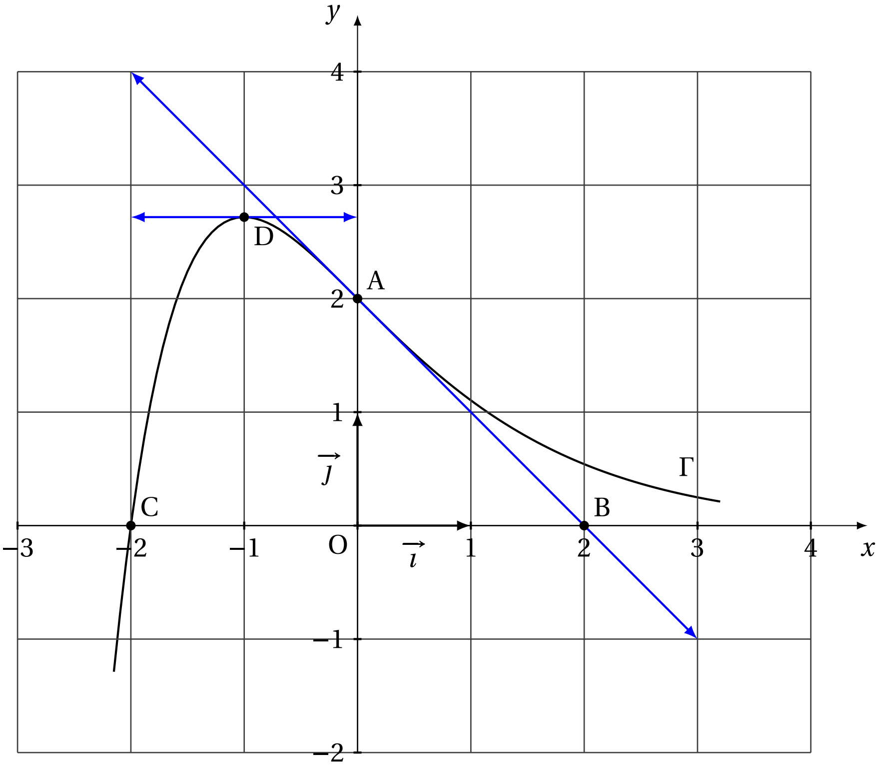
3/ En déduire le tableau de variations de f.

4/ Déterminer l'équation réduite de la tangente $\mathscr{T}$ au point K d'abscisse 2.

5/ Construire $\mathscr{C}_f$, K, $\mathscr{T}$, la tangente au point L d'abscisse -3 et celle au point M d'abscisse 1 : on prendra pour unités de mesure 1 cm sur les deux axes.

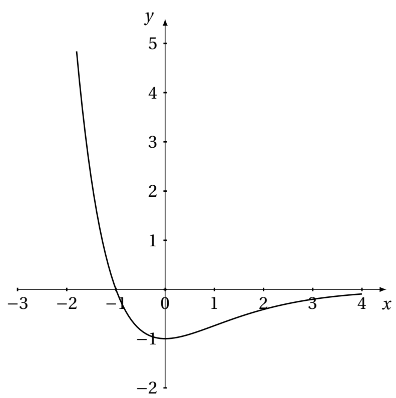
4. Savoir distinguer entre la courbe de la fonction et celle de sa dérivée

On a représenté ci-dessous, dans un repère orthonormé, la courbe représentative Γ (Gamma, lettre G en grec) d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$. La courbe Γ passe par les points A(0 ; 2) et C(−2 ; 0) et la droite AB est la tangente en A à Γ. La tangente à Γ en son point D d'abscisse −1 est parallèle à l'axe des abscisses.

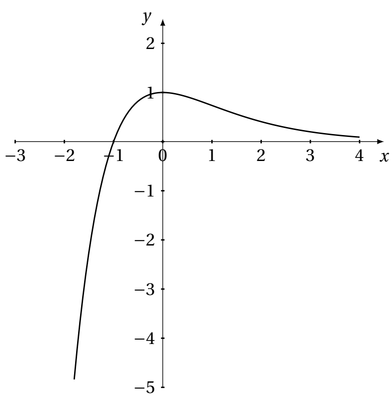


Parmi les trois représentations graphiques ci-dessous, une représente la fonction dérivée f' de f et une autre représente une fonction g dont f est la dérivée sur $\mathbb{R}$.

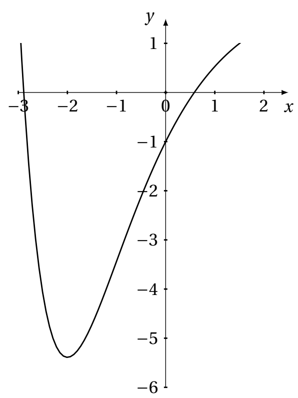
Courbe 1



Courbe 2



Courbe 3



1/ Établir le tableau de variations de la fonction f.

2/ En déduire le tableau de signes de la fonction f'.

3/ Établir le tableau de signes de la fonction f.

4/ En déduire le tableau de variations de la fonction g.

5/ Déterminer la courbe associée à la fonction f' et celle qui est associée à la fonction g en justifiant la réponse à partir des questions précédentes.

6/ Déterminer, à l'aide des renseignements fournis par l'énoncé, les valeurs de $f(0)$ et de $f'(0)$.