le corrigé

α β γ δ ϵ η θ ϕ χ λ μ ν π ρ σ ω

Savoir calculer ou utiliser le produit scalaire sous ses différentes formes *9 points*

1/ $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2-(-2)\\3-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-3-(-2)\\5-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\4\end{pmatrix}$.

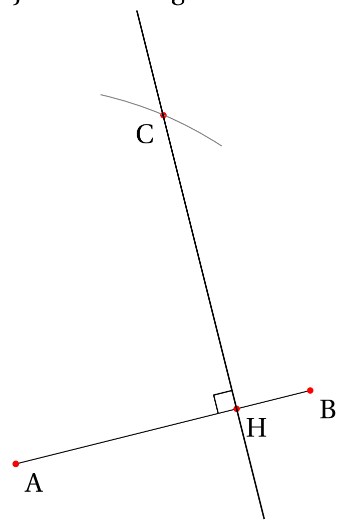
Le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=4\times(-1)+(2)\times 4=4$.

2/ D'après la définition : $\cos(\alpha)=\dfrac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{\|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|}=-\dfrac{8\sqrt{2}}{2\times 8}=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Donc la mesure de l'angle $\alpha=(\vec{u},\vec{v})$ comprise dans $[0;\pi]$ est $\dfrac{3\pi}{4}$ car :

$\cos\left(\dfrac{3\pi}{4}\right)=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ et $0\leqslant\dfrac{3\pi}{4}\leqslant\pi$

3/ Soit H la projection orthogonale de C sur (AB) alors AB × AH = 12 donc AH = 3.



Savoir déterminer l'équation d'une droite normale à une autre en un point donné *5 points*

1/ $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}8\\-6\end{pmatrix}$ donc $\vec{n}\begin{pmatrix}6\\8\end{pmatrix}$ est normal à (AB).

2/ Le milieu I de [AB] : I $\left(\dfrac{-3+5}{2};\dfrac{2+(-4)}{2}\right)=(1;-1)$ et le vecteur $\overrightarrow{IM}\begin{pmatrix}x-1\\y+1\end{pmatrix}$

Donc l'équation de la médiatrice à partir du produit scalaire : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{IM}=0$

Soit encore $8(x-1)+(-6)(y+1)=0$ d'où $8x-6y-14=0$ ou $4x-3y-7=0$

Savoir déterminer un cercle connaissant son équation *4 points*

$x^2+y^2-6x+\dfrac{1}{2}y-\dfrac{51}{16}=0$ donc $(x-3)^2-9+\left(y+\dfrac{1}{4}\right)^2-\dfrac{1}{16}-\dfrac{51}{16}=0$

Soit finalement : $(x-3)^2+\left(y+\dfrac{1}{4}\right)^2=\dfrac{196}{16}=\dfrac{49}{4}$

Il s'agit donc du cercle $\mathscr{C}$ de centre I $\left(3;-\dfrac{1}{4}\right)$ et de rayon $r=\dfrac{7}{2}$.

Savoir restituer une formule mémorisée *2 points*

$\sin(a-b)=\sin(a)\cos(b)-\cos(a)\sin(b)$.

le corrigé

α β γ δ ϵ η θ ϕ χ λ μ ν π ρ σ ω

Savoir calculer ou utiliser le produit scalaire sous ses différentes formes *9 points*

1/ $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2-(-2)\\3-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-3-(-2)\\5-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\4\end{pmatrix}$.

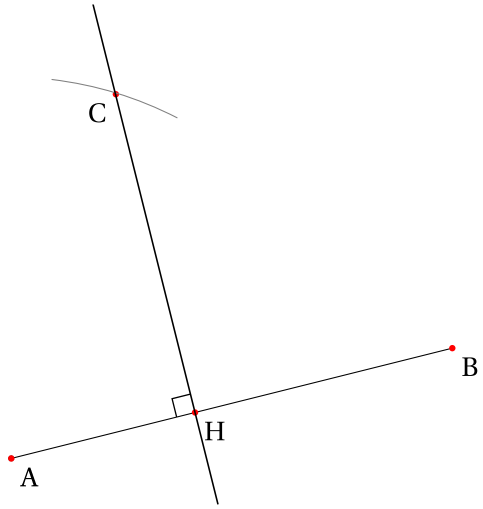
Le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=4\times(-1)+2\times4=4$.

2/ D'après la définition : $\cos(\alpha)=\dfrac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{\|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|}=-\dfrac{8\sqrt{3}}{2\times8}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Donc la mesure de l'angle $\alpha=(\vec{u},\vec{v})$ comprise dans $[0;\pi]$ est $\dfrac{5\pi}{6}$ car :

$\cos\left(\dfrac{5\pi}{6}\right)=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ et $0\leqslant\dfrac{5\pi}{6}\leqslant\pi$

3/ Soit H la projection orthogonale de C sur (AB) alors AB × AH = 15 donc AH = 2.5.



Savoir déterminer l'équation d'une droite normale à une autre en un point donné *5 points*

1/ $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-8\\6\end{pmatrix}$ donc $\vec{n}\begin{pmatrix}6\\8\end{pmatrix}$ est normal à (AB).

2/ Le milieu I de [AB] : I $\left(\dfrac{3-5}{2};\dfrac{-2+4}{2}\right)=(-1;1)$ et le vecteur $\overrightarrow{IM}\begin{pmatrix}x+1\\y-1\end{pmatrix}$

Donc l'équation de la médiatrice à partir du produit scalaire : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{IM}=0$

Soit encore $-8(x+1)+6(y-1)=0$ d'où $-8x+6y-14=0$ ou $-4x+3y-7=0$

Savoir déterminer un cercle connaissant son équation *4 points*

$x^2+y^2+6x-\dfrac{1}{2}y+\dfrac{45}{16}=0$ donc $(x+3)^2-9+\left(y-\dfrac{1}{4}\right)^2-\dfrac{1}{16}+\dfrac{45}{16}=0$

Soit finalement : $(x+3)^2+\left(y-\dfrac{1}{4}\right)^2=\dfrac{25}{4}$

Il s'agit donc du cercle $\mathscr{C}$ de centre I $\left(-3;\dfrac{1}{4}\right)$ et de rayon $r=\dfrac{5}{2}$.

Savoir restituer une formule mémorisée *2 points*

$\cos(a-b)=\cos(a)\cos(b)+\sin(a)\sin(b)$.