

1. Savoir restituer son cours

Le nombre dérivé d'une fonction f en un point d'abscisse a de sa représentation graphique est le coefficient directeur de la tangente en a , si elle existe.

2. Savoir déterminer un ordre de grandeur

- Pour h tp : $A = 3h - 7h^2 + h^3 \approx 0 : tp$
- Pour h tp : $B = \frac{3\sqrt{h}}{2h} = \frac{3}{2\sqrt{h}} : tg$
- Pour h tp : $C = \frac{-2h + 5h^2}{h + 3h^2} = \frac{-2 + 5h}{1 + 3h} \approx -2 : md$
- Pour ω tg :

$$D = \frac{2\omega + 5\omega^2}{\omega^3 + 3} = \frac{\omega^2 \left(\frac{2}{\omega} + 5 \right)}{\omega^3 \left(1 + \frac{3}{\omega^3} \right)} = \frac{1}{\omega} \times \frac{5 + tp}{1 + tp} : tp$$

3. Savoir calculer un accroissement moyen

Un petit calcul pour commencer : $(2+h)^3 = (4+4h+h^2)(h+2) = 8+12h+6h^2+h^3$

Par conséquent : $f(2+h) = (8+12h+6h^2+h^3) - (4+4h+h^2) + 2(2+h) - 1 = h^3 + 5h^2 + 10h + 7$ et $f(2) = 7$

Donc l'accroissement moyen : $A(h) = \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \frac{1}{h}(h^3 + 5h^2 + 10h) = h^2 + 5h + 10$

Si h est tp alors $h^2 + 5h$ est aussi tp et donc $\lim_{h \rightarrow 0} A(h) = 10$

4. Savoir calculer un nombre dérivé

fonction	dérivée
$u : x^2$	$u' : 2x$
$v : \cos(x)$	$v' : -\sin(x)$
$f(x) = x^2 \cos(x)$	$f'(x) = 2x \cos(x) - x^2 \sin(x)$

Par conséquent $f' \left(\frac{\pi}{2} \right) = 2 \times \frac{\pi}{2} \times 0 - \left(\frac{\pi}{2} \right)^2 \times 1 = -\frac{\pi^2}{4}$

5. Savoir calculer une fonction dérivée

fonction	dérivée
$u : -3x + 1$	$u' : -3$
$v : 5x + 1$	$v' : 5$
$f(x) = \frac{-3x+1}{5x+1}$	$f'(x) = \frac{-3(5x+1) - 5(-3x+1)}{(5x+1)^2} = \frac{-8}{(5x+1)^2}$

6. Savoir calculer une équation de tangente

fonction	dérivée
$u : x$	$u' : 1$
$v : \sqrt{x}$	$v' : \frac{1}{2\sqrt{x}}$
$f(x) = x\sqrt{x}$	$f'(x) = 1 \times \sqrt{x} + x \times \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{3}{2}\sqrt{x}$

Par conséquent $f(4) = 8$ et $f'(4) = 3$ donc une équation de la tangente au point d'abscisse 4 nous est donnée par : $y - 8 = 3(x - 4)$ soit encore $y = 3x - 4$

7. Savoir démontrer la dérivabilité d'une fonction en un point

Nous allons chercher l'accroissement moyen autour de -1 .

$$A(h) = \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h} = \frac{1}{h} \left(\frac{2}{-1+h} - \frac{2}{-1} \right) = \frac{1}{h} \times \frac{-2h}{1-h} = \frac{-2}{1-h}$$

En considérant h tp , nous obtenons : $\lim_{h \rightarrow 0} A(h) = -2$. Par conséquent la fonction f est dérivable en -1 (et le nombre dérivé vaut -2).

1. Savoir restituer son cours

Le nombre dérivé d'une fonction f en un point d'abscisse a de sa représentation graphique est le coefficient directeur de la tangente en a , si elle existe.

2. Savoir déterminer un ordre de grandeur

- Pour h tp : $A = 1 - 3h - 7h^2 + h^3 \approx 1 : md$
- Pour h tp : $B = \frac{2h}{3\sqrt{h}} = \frac{2}{3}\sqrt{h} : tp$
- Pour h tp : $C = \frac{5h - 25h^2}{3h + h^2} = \frac{5 - 2h}{3 + h} \approx \frac{5}{3} : md$
- Pour ω tg :

$$D = \frac{2\omega + 5\omega^2}{\omega^2 + 3} = \frac{\omega^2 \left(\frac{2}{\omega} + 5 \right)}{\omega^2 \left(1 + \frac{3}{\omega^2} \right)} = \frac{5 + tp}{1 + tp} : md$$

3. Savoir calculer un accroissement moyen

Un petit calcul pour commencer : $(2 + h)^3 = (4 + 4h + h^2)(h + 2) = 8 + 12h + 6h^2 + h^3$

Par conséquent : $f(2 + h) = (8 + 12h + 6h^2 + h^3) + (4 + 4h + h^2) - 2(2 + h) - 1 = h^3 + 7h^2 + 14h + 7$ et $f(2) = 7$

Donc l'accroissement moyen : $A(h) = \frac{f(2 + h) - f(2)}{h} = \frac{1}{h}(h^3 + 7h^2 + 14h) = h^2 + 7h + 14$
 Si h est tp alors $h^2 + 7h$ est aussi tp et donc $\lim_{h \rightarrow 0} A(h) = 14$

4. Savoir calculer un nombre dérivé

fonction	dérivée
$u : x^2$	$u' : 2x$
$v : \sin(x)$	$v' : \cos(x)$
$f(x) = x^2 \sin(x)$	$f'(x) = 2x \sin(x) + x^2 \cos(x)$

Par conséquent $f' \left(\frac{\pi}{2} \right) = 2 \times \frac{\pi}{2} \times 1 + \left(\frac{\pi}{2} \right)^2 \times 0 = \pi$

5. Savoir calculer une fonction dérivée

fonction	dérivée
$u : -x + 1$	$u' : -1$
$v : 5x + 3$	$v' : 5$
$f(x) = \frac{-x + 1}{5x + 3}$	$f'(x) = \frac{-(5x + 3) - 5(-x + 1)}{(5x + 3)^2} = \frac{-8}{(5x + 3)^2}$

6. Savoir calculer une équation de tangente

fonction	dérivée
$u : x$	$u' : 1$
$v : \sqrt{x}$	$v' : \frac{1}{2\sqrt{x}}$
$f(x) = x\sqrt{x}$	$f'(x) = 1 \times \sqrt{x} + x \times \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{3}{2}\sqrt{x}$

Par conséquent $f(4) = 27$ et $f'(9) = \frac{9}{2}$
 donc une équation de la tangente au point d'abscisse 9 nous est donnée par :
 $y - 27 = \frac{9}{2}(x - 9)$ soit encore $y = \frac{9}{2}x - \frac{27}{2}$

7. Savoir démontrer la dérivabilité d'une fonction en un point

Nous allons chercher l'accroissement moyen autour de -1 .

$$A(h) = \frac{f(1 + h) - f(1)}{h} = \frac{1}{h} \left(\frac{-2}{1 + h} - \frac{-2}{1} \right) = \frac{1}{h} \times \frac{2h}{1 + h} = \frac{2}{1 + h}$$

En considérant h tp , nous obtenons : $\lim_{h \rightarrow 0} A(h) = 2$. Par conséquent la fonction f est dérivable en 1 (et le nombre dérivé vaut 2).