Comportement d'une suite définie par une relation de récurrence

Énoncé

Une suite v est définie par son premier terme v_0 et par la relation de récurrence :

$$\text{pour tout entier naturel } n, \quad v_{n+1} = -\frac{1}{2}v_n + 6$$

1. À l'aide de de la calculatrice ou du tableur, émettre une conjecture sur la limite l de la suite v selon les valeurs de v_0.

   Appeler l'examinateur pour valider la conjecture.

2. La suite w est définie pour tout entier naturel n par

$$w_n = v_n - l$$

   (a) Observer à la calculatrice ou au tableur les premiers rangs de la suite w. Quelle semble être la nature de la suite w ? est-elle arithmétique ? géométrique ? ni arithmétique, ni géométrique ?

   Appeler l'examinateur pour valider la conjecture.

   (b) Démontrer la propriété conjecturée sur la nature de la suite w.

   (c) Exprimer pour tout entier naturel n, w_n puis v_n en fonction de n.

   (d) Déterminer la limite de la suite v.

   (e) Ce résultat est-il cohérent avec l'expérimentation ?

   Appeler l'examinateur pour une vérification de la particularité trouvée.

Production demandée

Réponses écrites pour les questions 2.(b), 2.(c), 2.(d), 2.(e).